

## Gewöhnliche Differentialgleichungen

### Übungsblatt 2

Die Lösungen müssen in den Übungsbriefkasten Gewöhnliche Differentialgleichungen (Raum 301 im MI) geworfen werden. Abgabeschluss ist am Donnerstag, den 25.10.2018, um 12 Uhr.

**Aufgabe 1** (5 Punkte): Wir betrachten  $y'(x) = f(x, y(x))$  für

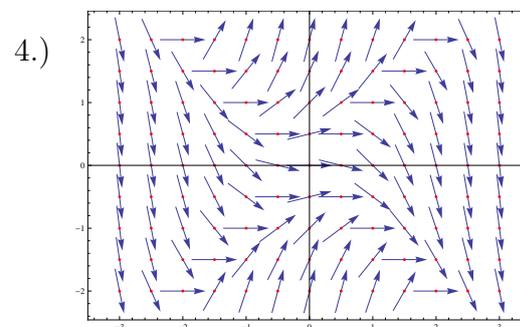
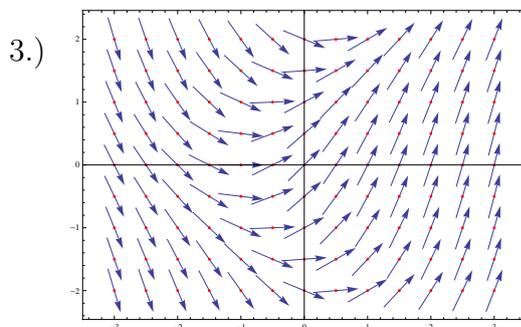
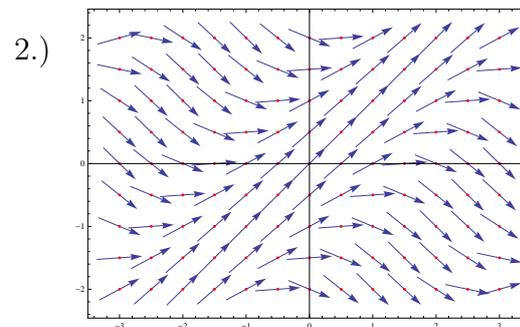
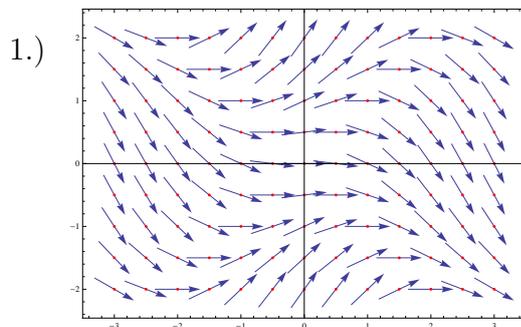
(a)  $f(x, y) = y^2 - x^2$

(b)  $f(x, y) = x + \cos(y)$

(c)  $f(x, y) = \cos(x - y)$

(d)  $f(x, y) = \cos(x) - \cos(y)$

Welches Vektorfeld gehört zu welcher Differentialgleichung?



**Aufgabe 2:** Zeigen Sie, dass die DGL

$$x'(t) = \frac{t}{x(t)} (t^2 + x^2(t))$$

als eine exakte Differentialgleichung geschrieben werden kann und bestimmen Sie alle Lösungen.

**Aufgabe 3:** Ordnen Sie jeder Differentialgleichung ein Bild zu. In jedem Bild finden Sie eine dazugehörige Lösung.

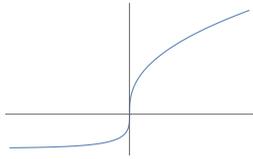
(a)  $y'(x) = \frac{1-y^2(x)}{1+y^2(x)}$

(b)  $y'(x) = \frac{1}{y^2(x)} + \frac{1}{y(x)}$

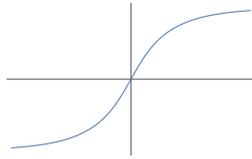
(c)  $y'(x) = x + 1 - y^2(x)$

(d)  $y'(x) = \frac{1+y^2(x)}{y^2(x)}$

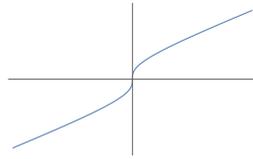
1.)



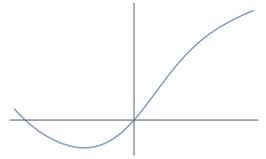
2.)



3.)



4.)



**Aufgabe 4** (0+5 Punkte): Berechnen Sie orthogonalen Trajektorien zu den jeweiligen Kurvenfamilien:

(a)  $\{(x, y); y^2 + (\sin x)^2 = c\}_{c \in \mathbb{R}}$

(b)  $\{(x, y); y = c \cosh(x)\}_{c \in \mathbb{R}}$

**Aufgabe 5** (10 Punkte): Zeigen Sie, dass es höchstens eine stetig differenzierbare Lösung von

$$\begin{cases} x'(t) = |x(t)| + \sin(x^2(t) + t^2) \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

gibt und dass diese Lösung

$$x(t) \leq e^t - 1$$

für  $t \geq 0$  erfüllt.

*Hinweis:* Vergleichen Sie mit  $x'(t) = |x(t)| + 1$ .

**Aufgabe 6:** Berechnen Sie eine Lösung der DGL und prüfen Sie, ob die Lösung eindeutig ist.

(a)  $\begin{cases} x'(t) = \sqrt[3]{x(t)^2}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} y'(t) = t \sqrt[3]{y(t)^4}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

(c)  $\begin{cases} -y''(x) = y(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$