

Prof. Dr. Peter Littelmann  
Dr. Deniz Kus

## ÜBUNGEN ALGEBRAISCHE GRUPPEN UND LIE ALGEBREN, BLATT 10

Sommersemester 2014

(Abgabe in der Vorlesung 02.7.14)

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zeige: Der Kern der adjungierten Darstellung  $\text{Ad} : G \rightarrow \text{GL}(\text{Lie } G)$  einer zusammenhängenden Gruppe  $G$  ist gleich dem Zentrum von  $G$ :

$$\text{Ker Ad} = Z(G).$$

Desweiteren gilt  $\text{Lie } Z(G) = \{X \in \text{Lie } G \mid [X, Y] = 0 \forall Y \in \text{Lie } G\}$ .

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Eine zusammenhängende Gruppe  $G$  ist kommutativ, genau dann wenn  $\text{Lie } G$  kommutativ ist.

### Aufgabe 3 (5 Punkte)

Sei  $G$  zusammenhängend. Eine zusammenhängende Untergruppe  $H \subseteq G$  ist genau dann Normalteiler, wenn  $\text{Lie } H$  ein Ideal in  $\text{Lie } G$  ist.

### Aufgabe 4 (5 Punkte)

Die Lie algebra  $\text{Lie } (G : G)$  der Kommutatorgruppe  $(G : G)$  enthält die Kommutatoren  $[X, Y]$ ,  $X, Y \in \text{Lie } G$