

Lehrertag der DMV-Tagung 2011 in Köln
am Dienstag, dem 20. September 2011

Das Auge denkt mit – Mathematik visuell erleben

zur Workshop Runde 1: **visuelles Erleben und Mathematik**

Eugen Jost (Künstler, Thun):

5P13LF3LD3R 2W15CH3N M4TH3M4T1K +ND 5PR4CH3

Mich interessiert die skurrile, verblüffende, unterhaltsame Seite der Mathematik. Diese zeigt sich überall: in der Natur, in gotischen Bauwerken, in den Fliesen der Böden, in Büchern... Was mir begegnet, notiere ich: Merkwürdige Zahlen (73'939'133), schöne Muster (zwei benachbarte Dreieckszahlen summieren sich immer zu einer Quadratzahl), besondere Zusammenhänge (schneidet man drei Kreditkarten ein und steckt sie richtig ineinander, so erhält man die Ecken eines Ikosaeders).

Meine Funde setze ich um in Bilder.

In meinem Workshop befassen wir uns mit meinen Fundstücken. Ich zeige einige meiner Bilder und lade die Teilnehmenden ein, mit ihnen zu spielen.



Martin Kindt (Freudenthal Institut Utrecht):

Die Vielseitigkeit von Kugeln

Stellen Sie sich ein regelmäßiges Polyeder mit 20 Flächen, ein Ikosaeder, mit Umkugel vor. Eine Ebene durch den Mittelpunkt der Kugel und eine Kante des Polyeders schneidet die Kugeloberfläche in einem geodätischen Bogen, welcher zwei Ecken des Polyeders verbindet. Auf diese Art kann man 30 Bogen erzeugen, genau so viele wie Kanten des Ikosaeders. Die 30 Bogen bilden quasi ein Skelett der Kugel. Ein solches Netz von 30 (oder mehr) Dreiecken wird geodätische Kuppel oder 'Geode' genannt. Wir erlauben uns eine gewisse Ungenauigkeit im Sprachgebrauch, wenn wir auch das Polyeder, dessen Kanten die Sehnen

der geodätischen Bogen sind, eine Geode nennen. Der amerikanische Architekt Richard Buckminster Fuller entwarf Gebäude als Teile von Kugeln und benutzte dabei die Geodenstruktur. Für seinen berühmten Prototyp benutzte er ein Polyeder mit 3840 dreieckigen Seitenflächen. Eine der bekanntesten geodätischen Kuppeln steht in Montreal und wurde für die Weltausstellung 1967 errichtet.

Die Struktur der Geoden hängt eng mit Molekülstrukturen zusammen, wie sie in der Chemie untersucht werden (Nobelpreis 1996), den sogenannten 'Buckey Balls' oder 'Fullerenen'. Das einfachste Beispiel ist ein Fußball mit fünf- und sechseckigen Seitenflächen. Diese Fußballstruktur, ein archimedisches Polyeder, ist etwa im Werk von Albrecht Dürer zu finden.

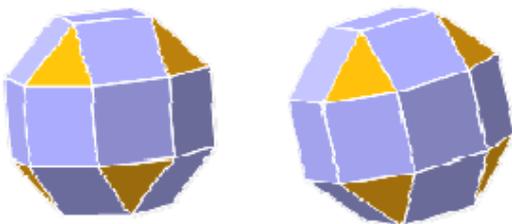
Der mathematische Hintergrund von Geoden und Fullerenen ist nicht schwierig zu begreifen und kann in der Oberstufe der weiterführenden Schule behandelt werden. Mit etwas Kombinatorik, der Formel von Euler und dem Kosinussatz kommt man schon recht weit. Außerdem lassen sich auch Bausätze kaufen, mit welchem die Schüler selber Modelle herstellen können.

Die Ergebnisse der Theorie der Geoden und Fullerene können im realen Leben bewundert werden, sowohl im Großformat (die Gebäude von Buckminster Fuller) wie auch in der Mikroarchitektur (Moleküle und Viren).

Michel Roelens, (Katholische Hochschule Limburg):

Die Symmetrie von Figuren und Körpern vergleichen: von handfesten Geometrie-Aktivitäten zu Symmetriegruppen

Symmetrie spielt eine wichtige Rolle in der Mathematik, in der Wissenschaft und in der Kunst. In diesem Vortrag/Workshop werden wir einem bestimmten Weg folgen, der mit der einfachen Idee "die beiden Teile sind gleich" anfängt und letztendlich mit den Symmetriegruppen endet. Das Verständnis der Symmetrie-Idee beginnt mit der Beobachtung, der Manipulation und der Schaffung von Figuren und Körpern. Um die Symmetrie auf genaue Weise zu definieren und um sie auf andere als auf die Achsensymmetrie zu verallgemeinern, ist ein wenig Abbildungsgeometrie nötig. Um den "Grad der Symmetrie" zu messen und zu vergleichen, muss man alle Kongruenzabbildungen zählen, für die die angegebene Figur mit seinem Bild zusammenfällt. Wenn diese Kongruenzabbildungen zahlreich sind, können die Schüler "kluge" Zählmethoden erfinden. Diese klugen Zählmethoden können auf eine ganz natürliche Art zu der Einführung einiger Aspekte der Gruppentheorie führen.



Das Miller-Polyeder (links) ist weniger symmetrisch als das kleine Rhombenkuboktaeder, einer der 13 Archimedischen Körper (rechts). Aber "wie viel weniger symmetrisch"?

Agnes Verweij (TU Delft)

Perspective in a box (Perspektive in einer Schachtel)

Perspective is an optional math subject for students of some levels in Dutch secondary schools. A proper final task on this subject is the analysis of existing perspective drawings or paintings by means of geometry. This task is sometimes supplemented by a more creative and challenging assignment, that is, the design and construction of a perspective box.

A perspective box is an empty box with, on the inner sides, perspective pictures giving a surprising spatial effect when observed through the peephole. The students who take up the challenge are in the first place inspired by the six still existing antique wooden perspective boxes, especially because they were created by Dutch seventeenth-century painters of architecture and interiors.

In this workshop the setup of the perspective in these boxes and a nineteenth-century folding cardboard perspective box will be discussed. But for a clear comprehension, we begin by reviewing the basic principles of linear perspective and their implications for the way perspective images can best be viewed.



(Attributed to) Pieter Janssens Elinga: Perspective box with the interior of a Dutch house, circa 1670. Front View .

© Museum Bredius, The Hague

zur Workshop Runde 2: **4 Geogebra Workshops**

Prof. Dr. Markus Hohenwarter / Reinhard Schmidt

GeoGebra trifft CAS - die neuen Möglichkeiten von GeoGebra 4.0

GeoGebra 4.0 unterscheidet sich von seinen Vorgängerversionen vor allem durch das neue CAS-Fenster.

Dadurch ist mit GeoGebra nun auch das symbolische Rechnen, also der Umgang mit Formeln und Gleichungen mit unbelegten Variablen möglich - alles dynamisch mit den anderen Fenstern verbunden wie von GeoGebra gewohnt.

In diesem Workshop können Sie konkrete Unterrichtsmaterialien mit dem GeoGebraCAS ausprobieren und so Ideen für den eigenen Unterrichtseinsatz sammeln.

Wolfgang Riemer (Köln) - Günter Seebach (Siegburg)

Statistik mit GeoGebra

Der Name „GeoGebra“ steht für einen Brückenschlag zwischen den Säulen der Mathematik: **Geometrie** und **Algebra**. Wie effektiv man das Programm inzwischen auch im Bereich der Statistik (der dritten Säule der Mathematik) nutzen kann, erfahren Sie in diesem Workshop. Es geht um

- Datenauswertung,
- das Berechnen und Visualisieren von Verteilungen und
- das Simulieren von Zufallsprozessen.

Wer sich über die Software hinaus für authentische unterrichtstaugliche stochastische Probleme interessiert, kann im zweiten Workshopteil selber experimentieren und so „beurteilende Statistik „life“ erleben.

Horst Bennemann / Dr. Oliver Labs

Mit graphischer Iteration zum deterministischen Chaos

Im Zentrum des Workshops steht das entdeckende Lernen durch konsequente Anwendung heuristischer Strategien. Mit Hilfe vorgefertigter GeoGebra-Dateien, die unmittelbar im Unterricht einsetzbar sind, werden Sie Experimente im Bereich einfacher Iterationen durchführen, das Verhalten beobachten, klassifizieren und Überraschendes entdecken. Die Experimente zeigen insbesondere die eingeschränkte Vorhersagbarkeit einfacher dynamischer Systeme in bestimmten Parameterbereichen (Deterministisches Chaos). Den mathematischen und den didaktischen Hintergrund für die Experimente werden wir schrittweise erläutern

Prof. Dr. Ysette Weiss-Pidstrygach / Prof. Dr. Rainer Kaenders

Alte Mathematik mit neuer Technologie

Manchmal sind es unscheinbare Sätze, in denen tiefe mathematische Zusammenhänge verborgen sind.

Ein Beispiel für einen solchen unauffälligen, aber tiefen Satz ist der Satz über die Außenwinkelhalbierende. Er spielt eine Rolle bei Apollonius, bei der Bestimmung von Tangenten an Parabeln und an andere Kurven sowie auch bei Betrachtungen zu Perspektive und zum Doppelverhältnis. GeoGebra bietet elementare Möglichkeiten das Verständnis dieser Zusammenhänge zu unterstützen, die wir im Workshop kennenlernen werden.