0. Blatt zur Vorlesung Gewöhnliche Differentialgleichungen

Besprechung: 17–19.10.2017 und 24–26.10.2017 in den Übungen

Dieses Blatt wird nicht bewertet.

1. Aufgabe (0 Punkte)

Finde alle Lösungen zu

(a) $y'(x) = f(x)$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{, für } 0 < x \leq 1, \\ 2 - x & \text{, für } 1 < x \leq 3, \\ x - 4 & \text{, für } 3 < x \leq 4, \\ 0 & \text{, sonst .} \end{cases}$$

(b) $y'(x) = \sin^2(x)$.

(c) $y'(x) = \frac{\sin(x)\cos^2(x)}{2-\cos^3(x)} + 1$.

2. Aufgabe (0 Punkte)

Löse die folgenden Anfangswertprobleme.

(a) $y'(x) = -2y(x) + 3$, $y(1) = e^{-1} + \frac{3}{2}$.

(b) $y'(x) = \frac{y(x)}{1+x^2}$, $y(0) = 1$.

(c) $y'(x) = 2xy(x) + \sin(x)e^{x^2}$, $y(0) = 1$.

3. Aufgabe (0 Punkte)

(a) Zeige, dass es für jedes $c \in \mathbb{R}$ ein $f_c \in C^\infty(\mathbb{R} \setminus \{c\})$ gibt mit $f_c(t) \neq 0$ und $f_c'(t) = (f_c(t))^2$ für alle $t \in \mathbb{R} \setminus \{c\}$.

(b) Finde ein möglichst großes zusammenhängendes Interval $I \subset \mathbb{R}$ und $f \in C^\infty(I)$ mit $f(0) = 0$ und $f'(t) = 2t(f(t))^2 + 2t$ für alle $t \in I$.

4. Aufgabe (0 Punkte)

Bestimme die Jordannormalform (und einen zugehörigen Basiswechsel) der folgenden Matritzen.

(a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$,

(b) $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 3 & -3 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.