Steffen Koenig
Severin Müller-Platz

Freitag, 23. Januar 2009
Aufgabenblatt 6

Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie II

(1) Sei M unzerlegbar nicht-projektiv. Zeigen Sie, daß die folgenden beiden Aussagen, für $X \in A$-mod, äquivalent sind.
(a) $\exists\ f : X \to M$ irreduzibel.
(b) $\exists\ g : \tau M \to X$ irreduzibel.

(2) Klassifizieren Sie alle Moduln M, für die es eine irreduzible Abbildung $f : L \to M$ gibt mit L einfach projektiv.

(3) Sei M unzerlegbar, $f : X \to M$ und $g : M \to Y$ seien irreduzibel. Gilt $g \circ f = 0$? (Beweis oder Gegenbeispiel?)

(4) Sei P unzerlegbar projektiv und injektiv, nicht einfach. Zeigen Sie, daß es eine beinahe zerfallende Sequenz gibt von der Form

$$0 \to \text{rad } P \to P \oplus \text{ rad } P/\text{soc } P \to P/\text{soc } P \to 0$$

(insbesondere sind also rad P und $P/$soc P unzerlegbar).
Geben Sie Beispiele solcher Situationen (Vorschlag: $A = k[x]/x^n, A = kQ, Q$ vom Typ A_n, linear geordnet).

(5) (Fortsetzung von Blatt 3, Aufgabe 1) Berechnen Sie alle AR-Sequenzen für die erbliche Algebra $kQ = A_3$ (total geordnet), ihren Quotienten A (wie in der alten Aufgabe) und ihre Teilalgebra B in der die Idempotente e_{11} und e_{33} identifiziert werden.

Tipp: B-mod hat nur noch zwei einfache Moduln und Elemente in B sind gegeben durch $\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$

Die sechste Übung findet am 02.02.2009 um 14 Uhr im kleinen Hörsaal der Zoologie statt.