

### Übungen zu Symmetrische Gruppen

- (1) Gibt es eine Partition  $\lambda$  von  $n = 20$ , so daß  $Y(\lambda)$  mindestens drei Haken der Länge 7 hat?
- (2) Sei  $n \geq 4$ ,  $\sigma$  eine Permutation von  $n$ . Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen vier vorgegebene Zahlen  $i, j, k, l$  im selben Zyklus von  $\sigma$ ? Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen sie in vier verschiedenen Zyklen?
- (3) Sei  $n \geq 2$ ,  $i, j \in \{1, \dots, n\}$  mit  $i \neq j$ . Die Zufallsvariable  $X_{ij} : \Sigma_n \rightarrow \mathbb{R}$  hat den Wert  $X_{ij}(\sigma) = 1$ , wenn  $\sigma$  den 2-Zyklus  $(i, j)$  enthält und 0 sonst. Die Zufallsvariable  $X$  hat den Wert  $X(\sigma) = K$ , wenn  $\sigma$  genau  $K$  2-Zyklen enthält. Berechnen Sie die Erwartungswerte von  $X_{ij}$  und von  $X$  und damit die erwartete Zahl von 2-Zyklen in einer zufälligen Permutation. Berechnen Sie nun auch die Varianz von  $X$ .

*Abgabe ist in der Vorlesung am 23. Januar 2008.*