

## Gewöhnliche Differentialgleichungen

### 2. Übung

**Abgabe: Montag, 24.10.2011, bis 11.40 Uhr**  
(in den obersten rechten Kasten für Übungsblätter im Keller des MI)

#### **Aufgabe 1:**

Ein Alibi zur Mordzeit

Um Mitternacht wird die Polizei zum Schauplatz eines grausigen Verbrechens gerufen. Der einschlägig polizeibekannt Schurke Eddi, genannt *das Wiesel*, liegt erschlagen auf der Kölner Dom-Platte! Der hinzugezogene Gerichtsmediziner stellt bei Eddis Leiche eine Körpertemperatur von  $30^\circ$  Celsius bei einer Umgebungstemperatur von lauen  $20^\circ$  Grad fest. Die Spurensicherung benötigt zwei Stunden, um den Tatort genauestens zu untersuchen, so dass die Leiche erst um 2 Uhr morgens in die Gerichtsmedizin geschafft werden kann. Vor dem Transport misst der Mediziner eine Leichtemperatur von  $24^\circ$  Celsius.

Nach Zeugenvernehmungen, die die ganze Nacht hindurch gedauert haben, schlägt die Polizei am folgenden Tag zu: Verhaftet unter Mordverdacht wird Eddis Ex-Geliebte Lola. Lola war am Abend vor dem Mord Gast in einer Bar, in der sie unter Alkoholeinfluss wüste Morddrohungen gegen Eddi ausstieß. Um  $23^{15}$  Uhr hat sie die Bar unter wildesten Flüchen verlassen.

Bei der weiteren Untersuchung spielt der genaue Todeszeitpunkt eine wesentliche Rolle. Der Gerichtsmediziner verwendet bei seiner Berechnung die **Newtonsche Abkühlungsregel**:

*Die Geschwindigkeit der Abkühlung ist proportional zur  
Temperaturdifferenz zwischen Körper und Umgebung.*

Ist Lola schuldig? Wann starb Eddi?

**(5 Punkte)**

#### **Aufgabe 2:**

Beweisen Sie folgende Aussage oder finden Sie ein Gegenbeispiel.

Jede Lösung  $y(x)$  der Gleichung  $y' = g(y)$  ist monoton, sofern  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig ist.

**(5 Punkte)**

**Aufgabe 3:**

a) Bestimmen Sie die Lösung(en) der Differentialgleichung  $u' + 4xu - 8x = 0$ .

b) Ermitteln Sie die Lösung(en) der Anfangswertaufgabe

$$u' = \alpha u(\beta - u), u(0) = u_0 \quad (\alpha, \beta > 0).$$

**(5 Punkte)**

**Aufgabe 4:**

Finden Sie die Differentialgleichung einer Kurve in der  $(x, y)$ -Ebene, für die die Steigung der Tangente im Punkt  $(x, y)$  gleich dem  $1/2$ -fachen der Steigung der Gerade durch  $(0, 0)$  und  $(x, y)$  ist. Bestimmen Sie alle Lösungen.

**(5 Punkte)**

Aktuelle Informationen gibt es auf der **Veranstaltungshomepage**:

<http://www.mi.uni-koeln.de/mi/Forschung/Kawohl/1112WS/ODE.html>