

Gewöhnliche Differentialgleichungen

3. Übung

Abgabe: Montag, 31.10.2011, bis 11.40 Uhr
(in den obersten rechten Kasten für Übungsblätter im Keller des MI)

Aufgabe 1:

- Bei kontinuierlicher Verzinsung ist die Zuwachsrate des Kapitals proportional zu der Größe des Kapitals. Der Proportionalitätsfaktor p heißt (kontinuierlicher) Zinssatz. Formulieren und lösen Sie die Anfangswertaufgabe für das Kapital K als Funktion der Zeit t (gemessen in Jahren), wenn das Anfangskapital A ist.
- Bei jährlicher Verzinsung mit dem Zinssatz z erhöht sich am Ende des Jahres das Kapital um z mal seine Größe zu Beginn des Jahres. Wie groß ist das Kapital nach t Jahren?
- Bei monatlicher Verzinsung erhöhe sich am Ende jedes Monats das Kapital um $\frac{z}{12}$ mal seine Größe zu Beginn des Monats. Wie groß ist das Kapital nach t Jahren?
- Wie groß ist das Kapital nach t Jahren, falls n mal im Jahr mit einem Zinssatz von $\frac{z}{n}$ verzinst wird? Was kann man für $n \rightarrow \infty$ beobachten?

(5 Punkte)

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$\frac{dw}{du} = -\frac{3u + 4w + 1}{4u + 2w + 3}.$$

(5 Punkte)

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$y'(x) = -\frac{y(x)}{x} - xy(x)^5$$

in Intervallen $I \subset \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(5 Punkte)

Aufgabe 4:

Wir betrachten die folgende Riccatische Differentialgleichung:

$$xy' = y(2 - y) + 3x(3x - 1) \ .$$

- a) Zeigen Sie, dass $y(x) = 3x$ eine Lösung ist.
- b) Bestimmen Sie die anderen Lösungen.

(5 Punkte)

Aktuelle Informationen gibt es auf der **Veranstaltungshomepage**:

<http://www.mi.uni-koeln.de/mi/Forschung/Kawohl/1112WS/ODE.html>