

## 5.1 Mathematisches Institut

Homepage Mathematisches Institut: <http://www.mi.uni-koeln.de/>

### 5.1.1 Bericht über die Kooperative Informationsverarbeitung

Die Datenverarbeitung im Mathematischen Institut basiert einerseits auf mehreren zentralen Sun Solaris-Servern (Sparc-CPU's) und andererseits auf zentralen Microsoft Windows 2000/NT-Terminalservern (Intel-CPU's), die als File-, Anwendungs- und Compute-Server für die im Haus vorhandenen Arbeitsplatzrechner eingesetzt werden. Die großen Systeme stehen in einem klimatisierten Maschinenraum, in dem auch die Backup-Systeme, eine USV sowie die zentralen Netzwerkkomponenten (Cisco Catalyst 4006 Workgroup Switch) untergebracht sind. Einige häufig genutzte Server des Instituts haben im Jahr 2001 eine Gigabit-Ethernet-Verbindung erhalten. Die UKLAN-Anbindung erfolgt zur Zeit über einen Router im Philosophikum (newphil-gw).

Als Arbeitsplatz-/Client-Rechner werden in den Mitarbeiterzimmern überwiegend PCs eingesetzt, des weiteren existiert ein zwei Bildschirmräume umfassender PC-Pool für Studenten und Diplomanden. Außerdem werden an einigen Lehrstühlen Macintosh-Rechner und X-Terminals eingesetzt. Die NT- und Unix-Server werden z.T. auch dem ZAIK im Rahmen der gemeinsamen Zusammenarbeit zur Verfügung gestellt. Auf den Unix-Workstations erfolgt eine Mitbenutzung des vom ZAIK/RRZK exportierten /vol-Dateibaums.

Die personelle Betreuung erfolgt durch Jörg Behrend und Holger Körber.

*(Dr. Jörg Behrend, E-Mail: [jbe@math.uni-koeln.de](mailto:jbe@math.uni-koeln.de),*

*Dipl.-Ing. Holger Körber, E-Mail: [koerber@math.uni-koeln.de](mailto:koerber@math.uni-koeln.de))*

### 5.1.2 Beispielhaftes Projekt des MI: Isoperimetrische Aussagen

Eine bis vor der PISA-Generation jedem Abiturienten bekannte Aussage aus der Geometrie besagt, dass unter allen ebenen Gebieten vorgeschriebenen Umfangs die Kreisscheibe größtmögliche Fläche aufweist. Äquivalent dazu hat unter allen Gebieten vorgeschriebener Fläche die Kreisscheibe minimalen Umfang. Das entsprechende dreidimensionale Problem - unter allen Gebieten festen Volumens hat die Kugel die kleinstmögliche Oberfläche - kennt jedes Kind, das einmal mit Seifenblasen gespielt hat. Der Beweis ist mitnichten trivial. Aussagen dieser Art sind in der Mathematik zuhauf vorhanden und zum Teil bewiesen, zum Teil nur vermutet worden. Ihre Kenntnis erlaubt scharfe Abschätzungen zum Beispiel bei der numerischen Berechnung von statischen Bauteilen wie Häusern und Brücken. Am Lehrstuhl Kawohl gibt es zahlreiche Forschungsvorhaben, die sich der Ermittlung solcher isoperimetrischer Aussagen widmen.

Exemplarisch sei hier ein Forschungsergebnis vorgestellt, das ohne den Einsatz von Rechnern kaum hätte bewiesen werden können. 1993 war in [2] und 2000 in [1] folgende Frage untersucht und eine isoperimetrische Aussage vermutet worden. Gegeben sei ein ebenes konvexes Gebiet  $D$  mit einer Brownschen Bewegung, die beim Erreichen des Randes stirbt. Entlang eines zufällig ausgewählten Pfades bewege sich ein Teilchen von  $x$  nach  $y$ , wobei  $x$  und  $y$  in  $D$  einschließlich des Randes liegen. Dafür braucht das Teilchen eine gewisse Zeit, die je nach Pfad verschieden lang ausfallen kann. Der Mittelwert über alle möglichen Pfade ist nun ein Erwartungswert  $E(x,y;D)$ . Er wird umso größer sein, je weiter die Punkte  $x$  und  $y$  auseinanderliegen. Für jedes Gebiet  $D$  von vorgeschriebener Fläche  $|D|$  bestimme man den maximal möglichen Erwartungswert  $s(D)$ . Er hängt

von der Geometrie von  $D$  ab. Vermutung: Unter allen solchen Gebieten  $D$  wird  $s(D) / |D|$  minimal für die Kreisscheibe. Diese Vermutung wird durch das anschauliche Argument gestützt, dass jedes andere konvexe Gebiet in einer Richtung dicker als der Kreis ist und eine Brownsche Bewegung zwischen zwei Punkten ermöglicht, die weiter auseinanderliegen als je zwei Punkte im Kreisgebiet.

Die Vermutung wurde von uns durch ein Gegenbeispiel widerlegt. Es galt ein Gebiet  $S$  zu finden, für welches  $s(S) / |S|$  mit  $3/8\pi = 0.11937\dots$  kleiner ausfiel als die vermutete Größe für den Kreis, nämlich  $(2 \log 2 - 1) / \pi = 0.12296\dots$  Die exakte Berechnung der konkreten Zahl  $s(S) / |S|$  ist mit gut 80 Seiten ausgesprochen aufwendig und kann unter <http://www.mi.uni-koeln.de/~kawohl> abgerufen werden. Es mussten eine Reihe von Fallunterscheidungen bei der Berechnung singulärer Integrale und zahllose algebraische Umformungen durchgeführt werden. Hierbei haben wir auf das Programmpaket MAPLE zurückgegriffen, das uns etwa Umformungen der Art

$$\begin{aligned}
 & \int_{r=0}^{x_1} I_1(x_1, y_1; r) r dr \\
 = & \ln\left(1 - \frac{x_1}{y_1}\right) - \frac{1}{x_1^2} \ln\left(1 - \frac{x_1^3}{y_1}\right) - \frac{1}{y_1^2} \ln(1 - x_1 y_1) + \frac{1}{x_1^2 y_1^2} \ln(1 - x_1^3 y_1) + \\
 & + e^{\frac{2}{3}\pi i} \operatorname{Ln}\left(1 - \frac{x_1 e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{y_1}\right) - \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 - \frac{x_1^3 e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{y_1}\right) + \\
 & - \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{y_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 - x_1 y_1 e^{-\frac{2}{3}\pi i}\right) + \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2 y_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 - x_1^3 y_1 e^{-\frac{2}{3}\pi i}\right) + \\
 & + e^{-\frac{2}{3}\pi i} \operatorname{Ln}\left(1 - \frac{x_1 e^{\frac{2}{3}\pi i}}{y_1}\right) - \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 - \frac{x_1^3 e^{\frac{2}{3}\pi i}}{y_1}\right) + \\
 & - \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{y_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 - x_1 y_1 e^{\frac{2}{3}\pi i}\right) + \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2 y_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 - x_1^3 y_1 e^{\frac{2}{3}\pi i}\right) \\
 = & \ln\left(1 - \frac{x_1}{y_1}\right) - \frac{1}{x_1^2} \ln\left(1 - \frac{x_1^3}{y_1}\right) - \frac{1}{y_1^2} \ln(1 - x_1 y_1) + \frac{1}{x_1^2 y_1^2} \ln(1 - x_1^3 y_1) + \\
 & + e^{\frac{2}{3}\pi i} \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{x_1}{2y_1} + i \frac{x_1 \sqrt{3}}{2y_1}\right) - \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{x_1^3}{2y_1} + i \frac{x_1^3 \sqrt{3}}{2y_1}\right) + \\
 & - \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{y_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{x_1 y_1}{2} + i \frac{x_1 y_1 \sqrt{3}}{2}\right) + \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2 y_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{x_1^3 y_1}{2} + i \frac{x_1^3 y_1 \sqrt{3}}{2}\right) + \\
 & + e^{-\frac{2}{3}\pi i} \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{x_1}{2y_1} - i \frac{x_1 \sqrt{3}}{2y_1}\right) - \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{x_1^3}{2y_1} - i \frac{x_1^3 \sqrt{3}}{2y_1}\right) + \\
 & - \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{y_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{x_1 y_1}{2} - i \frac{x_1 y_1 \sqrt{3}}{2}\right) + \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2 y_1^2} \operatorname{Ln}\left(1 + \frac{x_1^3 y_1}{2} - i \frac{x_1^3 y_1 \sqrt{3}}{2}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \ln\left(1 - \frac{x_1}{y_1}\right) - \frac{1}{x_1^2} \ln\left(1 - \frac{x_1^3}{y_1}\right) - \frac{1}{y_1^2} \ln(1 - x_1 y_1) + \frac{1}{x_1^2 y_1^2} \ln(1 - x_1^3 y_1) + \\
&+ e^{\frac{2}{3}\pi i} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{x_1}{2y_1}\right)^2 + \left(\frac{x_1 \sqrt{3}}{2y_1}\right)^2} + i e^{\frac{2}{3}\pi i} \arctan\left(\frac{\frac{x_1 \sqrt{3}}{2y_1}}{1 + \frac{x_1}{2y_1}}\right) + \\
&- \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{x_1^3}{2y_1}\right)^2 + \left(\frac{x_1^3 \sqrt{3}}{2y_1}\right)^2} - i \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2} \arctan\left(\frac{\frac{x_1^3 \sqrt{3}}{2y_1}}{1 + \frac{x_1^3}{2y_1}}\right) + \\
&- \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{y_1^2} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{x_1 y_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_1 y_1 \sqrt{3}}{2}\right)^2} - i \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{y_1^2} \arctan\left(\frac{\frac{x_1 y_1 \sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{x_1 y_1}{2}}\right) + \\
&+ \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2 y_1^2} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{x_1^3 y_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_1^3 y_1 \sqrt{3}}{2}\right)^2} + i \frac{e^{\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2 y_1^2} \arctan\left(\frac{\frac{x_1^3 y_1 \sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{x_1^3 y_1}{2}}\right) + \\
&+ e^{-\frac{2}{3}\pi i} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{x_1}{2y_1}\right)^2 + \left(-\frac{x_1 \sqrt{3}}{2y_1}\right)^2} + i e^{-\frac{2}{3}\pi i} \arctan\left(\frac{-\frac{x_1 \sqrt{3}}{2y_1}}{1 + \frac{x_1}{2y_1}}\right) + \\
&- \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{x_1^3}{2y_1}\right)^2 + \left(-\frac{x_1^3 \sqrt{3}}{2y_1}\right)^2} - i \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2} \arctan\left(\frac{-\frac{x_1^3 \sqrt{3}}{2y_1}}{1 + \frac{x_1^3}{2y_1}}\right) + \\
&- \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{y_1^2} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{x_1 y_1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{x_1 y_1 \sqrt{3}}{2}\right)^2} - i \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{y_1^2} \arctan\left(\frac{-\frac{x_1 y_1 \sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{x_1 y_1}{2}}\right) + \\
&+ \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2 y_1^2} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{x_1^3 y_1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{x_1^3 y_1 \sqrt{3}}{2}\right)^2} + i \frac{e^{-\frac{2}{3}\pi i}}{x_1^2 y_1^2} \arctan\left(\frac{-\frac{x_1^3 y_1 \sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{x_1^3 y_1}{2}}\right) \\
&= \ln\left(1 - \frac{x_1}{y_1}\right) - \frac{1}{x_1^2} \ln\left(1 - \frac{x_1^3}{y_1}\right) - \frac{1}{y_1^2} \ln(1 - x_1 y_1) + \frac{1}{x_1^2 y_1^2} \ln(1 - x_1^3 y_1) + \\
&- \ln \sqrt{\frac{y_1^2 + x_1 y_1 + x_1^2}{y_1^2}} - \sqrt{3} \arctan\left(\frac{x_1 \sqrt{3}}{2y_1 + x_1}\right) + \\
&+ \frac{1}{x_1^2} \ln \sqrt{\frac{y_1^2 + y_1 x_1^3 + x_1^6}{y_1^2}} + \frac{\sqrt{3}}{x_1^2} \arctan\left(\frac{x_1^3 \sqrt{3}}{2y_1 + x_1^3}\right) + \\
&+ \frac{1}{y_1^2} \ln \sqrt{1 + x_1 y_1 + x_1^2 y_1^2} + \frac{\sqrt{3}}{y_1^2} \arctan\left(\frac{x_1 y_1 \sqrt{3}}{2 + x_1 y_1}\right) + \\
&- \frac{1}{x_1^2 y_1^2} \ln \sqrt{1 + y_1 x_1^3 + x_1^6 y_1^2} - \frac{\sqrt{3}}{x_1^2 y_1^2} \arctan\left(\frac{x_1^3 y_1 \sqrt{3}}{2 + y_1 x_1^3}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \ln\left(1 - \frac{x_1}{y_1}\right) - \ln\sqrt{\frac{y_1^2 + x_1y_1 + x_1^2}{y_1^2}} + \\
 &+ \frac{1}{x_1^2} \left( \ln\sqrt{\frac{y_1^2 + y_1x_1^3 + x_1^6}{y_1^2}} - \ln\left(1 - \frac{x_1^3}{y_1}\right) \right) + \\
 &+ \frac{1}{y_1^2} \left( \ln\sqrt{1 + x_1y_1 + x_1^2y_1^2} - \ln(1 - x_1y_1) \right) + \\
 &+ \frac{1}{x_1^2y_1^2} \left( \ln(1 - x_1^3y_1) - \ln\sqrt{1 + y_1x_1^3 + x_1^6y_1^2} \right) + \\
 &- \sqrt{3} \arctan\left(\frac{x_1\sqrt{3}}{2y_1 + x_1}\right) + \frac{\sqrt{3}}{x_1^2} \arctan\left(\frac{x_1^3\sqrt{3}}{2y_1 + x_1^3}\right) + \\
 &+ \frac{\sqrt{3}}{y_1^2} \arctan\left(\frac{x_1y_1\sqrt{3}}{2 + x_1y_1}\right) - \frac{\sqrt{3}}{x_1^2y_1^2} \arctan\left(\frac{x_1^3y_1\sqrt{3}}{2 + y_1x_1^3}\right) \\
 \\
 &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x_1^2 - 2x_1y_1 + y_1^2}{x_1^2 + x_1y_1 + y_1^2}\right) - \frac{1}{2y_1^2} \ln\left(\frac{1 - 2x_1y_1 + x_1^2y_1^2}{1 + x_1y_1 + x_1^2y_1^2}\right) + \\
 &- \frac{1}{2x_1^2} \ln\left(\frac{x_1^6 - 2x_1^3y_1 + y_1^2}{x_1^6 + x_1^3y_1 + y_1^2}\right) + \frac{1}{2x_1^2y_1^2} \ln\left(\frac{1 - 2x_1^3y_1 + y_1^2x_1^6}{1 + x_1^3y_1 + x_1^6y_1^2}\right) + \\
 &- \sqrt{3} \arctan\left(\frac{x_1\sqrt{3}}{2y_1 + x_1}\right) + \frac{\sqrt{3}}{x_1^2} \arctan\left(\frac{x_1^3\sqrt{3}}{2y_1 + x_1^3}\right) + \\
 &+ \frac{\sqrt{3}}{y_1^2} \arctan\left(\frac{x_1y_1\sqrt{3}}{2 + x_1y_1}\right) - \frac{\sqrt{3}}{x_1^2y_1^2} \arctan\left(\frac{x_1^3y_1\sqrt{3}}{2 + y_1x_1^3}\right). \tag{1}
 \end{aligned}$$

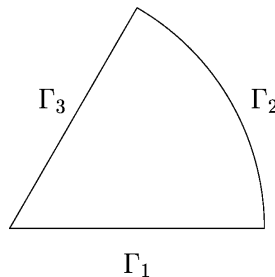


Abbildung 1: Das Gebiet S

auf relativ übersichtliche Weise erlaubte. Das zugrundeliegende Gebiet S ist ein Kreissektor mit Öffnungswinkel von 60 Grad, und es stellte sich heraus, dass für dieses Gebiet der Erwartungswert  $E(x,y;S)$  maximal wurde, wenn x in der Ecke und y auf dem runden Rand von S lagen. Dieses Resultat ließ sich u.a. aus der graphischen Auswertung gewisser Hilfsfunktionen ablesen, die

ebenfalls ohne Rechner nicht so schnell möglich gewesen wäre, siehe Abb. 2.

Das Resultat wird demnächst in gekürzter Form in einer Fachzeitschrift [3] publiziert. Die ausführliche Version ist schon jetzt weltweit über das Internet verfügbar.

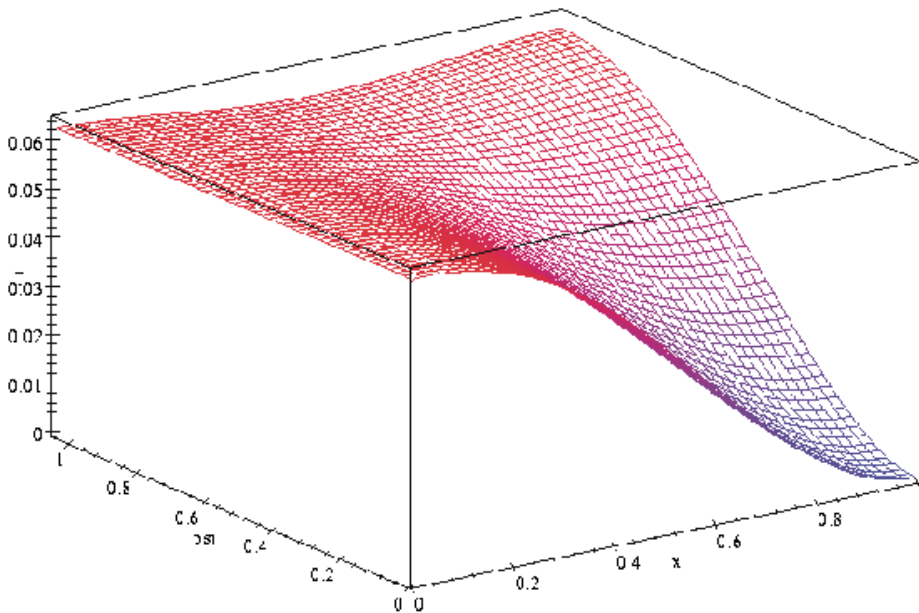


Abbildung 2:  $x \in \Gamma_1$  and  $y \in \Gamma_2$ :  $T_{12}(x_1, \psi)$ .

## Literatur

- [1] R. Bañuelos and T. Carroll, Extremal problems for conditioned Brownian motion and the hyperbolic metric. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **50** (2000) 1507–1532.
- [2] P.S. Griffin, T.R. McConnell and G. Verchota, Conditioned Brownian motion in simply connected planar domains. *Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist.* **29** (1993) 229–249.
- [3] B.Kawohl and G.Sweers, Among all 2-dimensional convex domains the disk is not optimal for the lifetime of conditioned Brownian motion, *J. d'Analyse Math.*, erscheint demnächst (an extended version of 86 p. is available under <http://www.mi.uni-koeln.de/~kawohl>)

(Prof. Dr. Bernd Kawohl, E-Mail: [kawohl@math.uni-koeln.de](mailto:kawohl@math.uni-koeln.de))

## **5.2 Zentrum für Angewandte Informatik: Arbeitsgruppe Faigle/Schrader**

Homepage: <http://www.zaik.uni-koeln.de/AFS/>

(Hinweis: Die Arbeitsgruppe ist sowohl im Institut für Informatik wie auch im Mathematischen Institut angesiedelt.)

### **5.2.1 Bericht über die Kooperative Informationsverarbeitung**

#### **Hardware-Ausstattung**

##### **Server**

- 1 Sun Enterprise 4000 (8 Proz.)
- 1 Sun Enterprise 3500 (2 Proz.)
- 1 Sun Enterprise 450 (4 Proz.)
- 1 Compaq AlphaStation ES40 (4 Proz.) mit RAID Array 3000
- 2 PCs als NT-Server

##### **Arbeitsplatzrechner und Terminals**

- ca. 15 Sun Workstations (von Classic bis Ultra 10)
- 5 IBM Workstations (250, 320, 530)
- ca. 30 PCs als Arbeitsplatzrechner
- ca. 15 X-Terminals

##### **Netzwerk**

- 1 Dec FDDI Concentrator
- 1 Cisco Catalyst 5500 RSM Workgroup Switch/Router  
(ATM, FastEthernet, Ethernet, FDDI)
- 1 Cisco Catalyst 2924 Fast Ethernet Switch
- 2 Magnum/Synoptics Ethernet Hubs

##### **Backup, Unterbrechungsfreie Stromversorgung, Sonstiges**

- 1 ATLACL 2640 Tape Roboter
- 1 Datapower 330 USV (30 kVA, 15 Min.)
- 1 Marquac 9000 Video-Projektor