Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. A. Gundert
Dr. F. von Heymann

Methoden und Probleme der diskreten Mathematik

Wintersemester 2014/2015

— Aufgabenblatt 8 —

Aufgabe 8.1 Sei Δ ein endlicher geometrischer Simplizialkomplex und sei $\epsilon > 0$. Zeigen Sie, dass es ein $k \in \mathbb{N}$ gibt, so dass alle Simplizes in $\mathrm{sd}^k(\Delta)$ einen Durchmesser von höchstens ϵ haben.

Aufgabe 8.2 Sei Δ eine antipodensymmetrische Unterteilung von S^2 und sei $\lambda : V(\Delta) \to \{\pm 1\}$ antipodal, d.h. $\lambda(-x) = -\lambda(x)$ für alle $x \in V(\Delta)$. Zeigen Sie, dass es in $\|\Delta\|$ eine geschlossene Schleife S gibt, d.h. eine Menge $S \subseteq \|\Delta\|$ mit $S = f(S^1)$ für eine stetige Abbildung $f : S^1 \to \|\Delta\|$, die folgende Eigenschaften hat:

- S ist antipodensymmetrisch, d.h. $x \in S \Leftrightarrow -x \in S$.
- S wird von $\|\lambda\|$ auf 0 abgebildet.

Aufgabe 8.3 Sei Δ eine antipodensymmetrische Unterteilung von $\Diamond^d$ und sei $\lambda : V(\Delta) \to V(\Diamond^m)$ so, dass es keine Kante in Δ mit Ecken x und y gibt, für die $\lambda(x) = -\lambda(y)$ gilt. Zeigen Sie, dass für $\sigma \in \Delta$ gilt:

$$\sigma \text{ alternierend } \Leftrightarrow \sigma \text{ hat ungerade viele } \oplus\text{-alternierende Facetten.}$$

Aufgabe 8.4 Sei Δ_d der d-dimensionale Simplex betrachtet als Simplizialkomplex. Zeigen Sie, dass jeder echte Unterkomplex X von Δ_d mit $H_{d-1}(X; \mathbb{Z}_2) \neq 0$ der Randkomplex des Simplex sein muss. Berechnen Sie $H_{d-1}(\Delta_d; \mathbb{Z}_2)$.

Abgabe: Bearbeitete Aufgaben bis spätestens Mittwoch, den 3. Dezember 2014 um 23 Uhr 59, in das Onlineformular auf der Vorlesungshomepage eintragen.

— Zitate —

Paul R. Halmos - Aus dem Buch "I want to be a Mathematician: An Automathography"

Mathematics is not a deductive science – that's a cliché. When you try to prove a theorem, you don't just list the hypotheses, and then start to reason. What you do is trial and error, experimentation, guesswork.