



Universität zu Köln  
Mathematisches Institut  
Prof. Dr. F. Vallentin  
Dr. A. Gundert  
Dr. F. von Heymann

## Methoden und Probleme der diskreten Mathematik

Wintersemester 2014/2015

### — Aufgabenblatt 10 —

Im folgenden sei  $G$  eine endliche abelsche Gruppe.

#### Aufgabe 10.1

- Zeigen Sie, dass die duale Gruppe  $\hat{G}$  eine abelsche Gruppe ist.
- Sei  $w: G \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{0\}$  eine Funktion mit  $w(a+b) = w(a)w(b)$  für alle  $a, b \in G$ . Zeigen Sie, dass  $w \in \hat{G}$ .

**Aufgabe 10.2** Bestimmen Sie sämtliche Charaktere der Gruppe  $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z})^*$ .

**Aufgabe 10.3** Sei  $f: G \rightarrow \mathbb{C}$  eine Funktion. Der Träger (“support”) von  $f$  ist definiert als

$$\text{supp } f = \{x \in G : f(x) \neq 0\}$$

Zeigen Sie: Falls  $f$  nicht identisch Null ist, dann gilt

$$|\text{supp } f| \cdot |\text{supp } \hat{f}| \geq |G|.$$

**Aufgabe 10.4** Sei  $f: G \rightarrow \mathbb{C}$  eine Funktion. Durch  $f$  sei die Matrix  $M \in \mathbb{C}^{G \times G}$  komponentenweise definiert durch  $M_{xy} = f(x-y)$ .

- Bestimmen Sie die Determinante von  $M$ . *Hinweis: Verwenden Sie dazu die Charaktere von  $G$ .*
- Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Abgabe:** Bearbeitete Aufgaben bis spätestens Mittwoch, den 17. Dezember 2014 um 23 Uhr 59, in das Onlineformular auf der Vorlesungshomepage eintragen.

— Zitate —

*Aus: Scott Aaronson — Quantum Computing since Democritus*

In science, there's this traditional hierarchy where you have biology on top, and chemistry underlies it, and then physics underlies chemistry. If the physicists are in a generous mood, they'll say that math underlies physics. Then, computer science is over somewhere with soil engineering or some other nonscience.

Now, my point of view is a bit different: computer science is what mediates between the physical world and the Platonic world. With that in mind, "computer science" is a bit of a misnomer; maybe it should be called "quantitative epistemology." It's sort of the study of the capacity of finite beings such as us to learn mathematical truths.