Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. A. Gundert
Dr. F. von Heymann

Methoden und Probleme der diskreten Mathematik

Wintersemester 2014/2015

— Aufgabenblatt 7 —

Aufgabe 7.1

a) Finden Sie eine gültige Färbung des Knesergraphen $K(n,k)$ mit $n-2k+2$ Farben.

b) Für einen Graphen $G=(V,E)$ sei seine fraktionale chromatische Zahl $\chi^*(G)$ definiert als

$$\min\Big\{ \sum_{\substack{S\subseteq V\\ S \text{ unabhängig}}} \lambda_S : \lambda_S \in \mathbb{R}_{\geq 0} : \sum_{\substack{S\subseteq V\\ S \text{ unabhängig}}} \lambda_S \mathbf{1}_S = \mathbf{1}_V \Big\}.$$

Zeigen Sie, dass $\chi^*(G) \geq \frac{|V|}{\alpha(G)}$.

c) *Nicht klausurrelevant:* Zeigen Sie, dass $\chi^*(G) = \frac{|V|}{\alpha(G)}$, wenn G knotentransitiv ist. Bestimmen Sie $\chi^*(K(n,k))$.

Aufgabe 7.2 Für $0<\alpha<2$ und $n\in\mathbb{N}$ definiere folgenden unendlichen Graphen:

$$B(n+1,\alpha) = (S^n, \{\{x,y\} : x,y\in S^n, d(x,y)\geq\alpha\}).$$

a) Verwenden Sie den Satz von Borsuk-Ulam, um zu zeigen, dass $\chi(B(n+1,\alpha)) \geq n+2$.

b) Zeigen Sie den Satz von Borsuk-Ulam unter der Annahme, dass $\chi(B(n+1,\alpha)) \geq n+2$ für alle $0<\alpha<2$ und $n\in\mathbb{N}$.

Aufgabe 7.3 Sei $f: S^k \to S^n$ stetig und antipodal und sei $S := \{x\in S^n : x_1 = \ldots = x_k = 0\}$ die "äquatoriale" S^{n-k} in S^n. Zeigen Sie $S \cap f(S^k) \neq \emptyset$.

Aufgabe 7.4

a) Zeigen Sie das Lemma von Tucker mit Hilfe des Satzes von Borsuk-Ulam.

b) Zeigen Sie, dass das Lemma von Tucker für beliebige antipodale symmetrische Triangulierungen der S^n gilt.

Abgabe: Bearbeitete Aufgaben bis spätestens Mittwoch, den 26. November 2014 um 23 Uhr 59, in das Onlineformular auf der Vorlesungshomepage eintragen.

— Zitate —

Fern Hunt - Aus dem Buch "Women in Mathematics: The Addition of Difference" von Claudia Henrion

Math is a lot like sports. There is a lot of talent and many kinds of talent. Take basketball as an analogy. We all appreciate players like Larry Bird, Bill Russell, Bill Walton, as well as Nate (Tiny) Archibald or Isiah Thomas. They have (had) very different abilities and styles of play. Yet they were all marvelous players. So the pool of talent is broad. And when you consider Patrick Ewing, Magic Johnson, Julius (Dr. J) Erving, and finally Michael Jordan, you also see an almost infinite depth of talent. There is probably a broad consensus that Jordan is the greatest player the game has produced, but does anyone think that diminishes the contributions of Julius Erving? Would Jordan have achieved as much without the help of the less talented Scottie Pippen?

Mathematics is like that. No matter how good you actually are, there is definitely somebody who can run rings around you. If you encounter these people, it can be intimidating. This, with the fact that mathematics is a field that a lot of people have trouble with, causes a great deal of anxiety both within and outside the profession. I think we should minimize it by trying to be a little more inclusive, by trying to look for the talent people have, rather than dismissing them for the talent they lack.