Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. F. von Heymann

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2015

— Aufgabenblatt 2 —

Aufgabe 2.1 Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit $|V| = n$. Der *Grad* eines Knoten $v \in V$, bezeichnet mit $\deg(v)$, ist die Anzahl der Nachbarn von v.

(a) Zeigen Sie: Falls G zusammenhängend ist und jeder Knoten Grad 2 hat, dann ist G ein Kreis.

(b) Seien $d_1 \leq \ldots \leq d_n$ die Grade der Knoten von G. Zeigen Sie: Falls $d_k \geq k$ gilt für alle $k \leq n - d_n - 1$, dann ist G zusammenhängend.

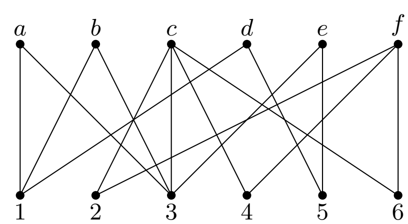
Aufgabe 2.2 Gegeben sei ein Rucksack mit 8 Liter Volumen, sowie 5 nützliche Gegenstände mit den folgenden Eigenschaften:

Gegenstand i	Volumen a_i (in Liter)	Nutzen c_i
1	3	7
2	5	4
3	2	5
4	1	4
5	2	3

Finden Sie mit Hilfe des Algorithmus von Bellmann-Ford eine Auswahl der Gegenstände, die in den Rucksack passt und so dass der summierte Nutzen maximal ist.

Aufgabe 2.3 Sei $D = (V, A)$ ein gerichteter Graph mit n Knoten und Kantenlängenfunktion $l : A \to \mathbb{R}$. Sei $s \in V$ der Startknoten, und seien $d_0, \ldots, d_n \colon V \to \mathbb{R}$ die Funktionen, die der Algorithmus von Bellman-Ford berechnet. Zeigen Sie: Es gilt $d_n = d_{n-1}$ genau dann, wenn alle gerichteten Kreise, die von s aus erreichbar sind, nicht-negative Länge besitzen.

Aufgabe 2.4 (Präsenzübung) Sei G der folgende Graph:



Bestimmen Sie $\nu(G) = \max\{|M| : M \subseteq E \text{ ist ein Matching in } G\}$ und geben Sie ein optimales Matching an.

Abgabe: Bis Dienstag, 21. April, 10:00 Uhr.
Aufgabe 2.1 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben. Aufgabe 2.2 oder 2.3 auf der Vorlesungshomepage eintragen.