Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. F. von Heymann

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2015

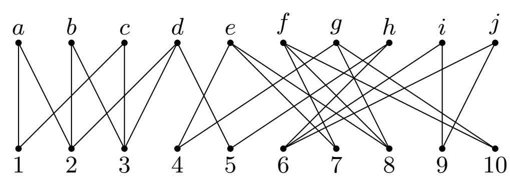
— Aufgabenblatt 3 —

Aufgabe 3.1 Sei X eine endliche Menge und seien $A_1, A_2, \ldots, A_n$ Teilmengen von X, nicht notwendigerweise alle verschieden. Bezeichne eine Folge $x_1, \ldots, x_n$ mit $x_i \in A_i$ und $x_i \neq x_j$, für alle $i \neq j$ und $i, j \in \{1, \ldots, n\}$, als *System verschiedener Vertreter* für $\{A_1, \ldots, A_n\}$.

Zeigen Sie: Ein System verschiedener Vertreter existiert für $\{A_1, \ldots, A_n\}$ genau dann, wenn für jedes $m \in \{1, \ldots, n\}$ jede Vereinigung von m Mengen A_i mindestens m Elemente enthält.

Aufgabe 3.2 Beweisen Sie das Matchingtheorem von König (Satz II.3.2) unter Verwendung der Aussage des Satzes von Hall (Korollar II.3.4).

Aufgabe 3.3 Bestimmen Sie die Knotenüberdeckungszahl $\tau(G)$ und die Matchingzahl $\nu(G)$ von folgendem Graphen G und geben Sie ein optimales Matching und eine optimale Knotenüberdeckung an:



Aufgabe 3.4 (Präsenzübung) Vier Taxifahrer, die sich gerade an Orten A, B, C, D aufhalten, müssen Fahrten an Orten E, F, G, H übernehmen. Dabei soll jeder Taxifahrer genau eine Fahrt übernehmen und die gesamte Anfahrtszeit (in der Tabelle in Minuten angegeben) soll so klein wie möglich sein. Finden Sie die optimale Zuweisung der Taxifahrer mit Hilfe des Algorithmus zur Berechnung maximaler gewichteter Matchings.

	E	F	G	H
A	11	6	7	20
B	4	1	4	2
C	17	4	21	9
D	5	2	19	3

In der Beschreibung des Ablaufs des Algorithmus können Sie die Schritte zur Bestimmung kürzester Wege auslassen.

Abgabe: Bis Dienstag, 28. April, 10:00 Uhr.
Aufgabe 3.1 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben. Aufgabe 3.2 oder 3.3 auf der Vorlesungshomepage eintragen.