



Universität zu Köln  
Mathematisches Institut  
Prof. Dr. F. Vallentin  
Dr. F. von Heymann

## Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2015

### — Aufgabenblatt 4 —

**Aufgabe 4.1** Beweisen Sie das Matchingtheorem von König (Satz II.3.2) unter Verwendung der Aussage des Max-Flow-Min-Cut-Theorems (Satz III.1.4).

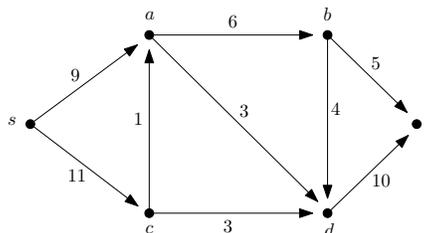
**Aufgabe 4.2** Eine quadratische Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  heißt *doppelt-stochastisch* falls sie nur nicht-negative Einträge besitzt und jede Zeilensumme und Spaltensumme 1 ist.

Zeigen Sie: Für jede doppelt-stochastische Matrix gibt es eine Permutation der Spalten, so dass alle Diagonal-Einträge ungleich Null sind.

**Aufgabe 4.3** Sei  $D = (V, A)$  ein gerichteter Graph und seien  $s, t_1, \dots, t_k$  Knoten in  $D$ . Zeigen Sie: Es gibt paarweise Kanten-disjunkte Wege  $P_1, \dots, P_k$  so dass  $P_i$  ein  $s$ - $t_i$ -Weg ist ( $i = 1, \dots, k$ ) genau dann, wenn für jedes  $U \subseteq V$  mit  $s \in U$  gilt, dass

$$|\delta^{\text{out}}(U)| \geq |\{i : t_i \notin U\}|.$$

**Aufgabe 4.4 (Präsenzübung)** Berechnen Sie im rechts-stehenden Graphen einen maximalen  $s$ - $t$ -Fluss und einen minimalen  $s$ - $t$ -Schnitt mit Hilfe des Ford-Fulkerson Algorithmus.



**Abgabe:** Bis Dienstag, 5. Mai, 10:00 Uhr.

Aufgabe 4.1 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben. Aufgabe 4.2 oder 4.3 auf der Vorlesungshomepage eintragen.