



Universität zu Köln  
Mathematisches Institut  
Prof. Dr. F. Vallentin  
Dr. F. von Heymann

## Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2015

### — Aufgabenblatt 7 —

**Aufgabe 7.1** Sei  $B_3^p = \{x \in \mathbb{R}^3 : \|x\|_p \leq 1\}$  die drei-dimensionale Einheitskugel zu der Norm  $\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^3 |x_i|^p\right)^{1/p}$ . Geben Sie für jeden Randpunkt  $x \in \partial B_3^p$  eine Stützhyperebene an.

**Aufgabe 7.2** Finden Sie ein zu dem folgenden linearen Programm äquivalentes konisches Programm in primaler Standardform und bestimmen sie das dazu duale konische Programm in dualer Standardform:

$$\min\{a^\top x : x \in \mathbb{R}^n, Bx \leq b, Cx \geq c, Dx = d\},$$

wobei  $a \in \mathbb{R}^n$ ,  $B \in \mathbb{R}^{m_1 \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^{m_1}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{m_2 \times n}$ ,  $c \in \mathbb{R}^{m_2}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{m_3 \times n}$ ,  $d \in \mathbb{R}^{m_3}$ .

**Aufgabe 7.3** Zeigen Sie, dass das Duale des Lorentzkegels  $\mathcal{L}^{n+1}$  wieder  $\mathcal{L}^{n+1}$  ist:  $(\mathcal{L}^{n+1})^* = \mathcal{L}^{n+1}$ .

#### Aufgabe 7.4 (Präsenzübung)

1. Zeigen Sie, dass das Duale des Kegels der semidefiniten Matrizen  $\mathcal{S}_{\geq 0}^n$  wieder  $\mathcal{S}_{\geq 0}^n$  ist:  
 $(\mathcal{S}_{\geq 0}^n)^* = \mathcal{S}_{\geq 0}^n$ .
2. Geben Sie einen Kegel  $K$  an, für den  $K^* \neq K$  gilt.

**Abgabe:** Bis Dienstag, 2. Juni, 10:00 Uhr.

Aufgabe 7.1 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben. Aufgabe 7.2 oder 7.3 auf der Vorlesungshomepage eintragen.