Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. F. von Heymann

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2015

— Aufgabenblatt 8 —

Aufgabe 8.1 Schreiben Sie das Polytop

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{conv}\{\pm e_1 \pm e_2 \pm e_3, 2e_3\} \\ &= \operatorname{conv}\{e_1 + e_2 + e_3, -e_1 + e_2 + e_3, e_1 - e_2 + e_3, \\ &\qquad e_1 + e_2 - e_3, -e_1 - e_2 + e_3, -e_1 + e_2 - e_3, \\ &\qquad e_1 - e_2 - e_3, -e_1 - e_2 - e_3, 2e_3\} \subseteq \mathbb{R}^3 \end{aligned}$$

als Polyeder, wobei e_i der i-te Standardbasisvektor im $\mathbb{R}^3$ ist.

Aufgabe 8.2 Bestimmen Sie die Ecken der folgenden Polyeder:

a) $P = \{x \in \mathbb{R}^4 : Ax \leq b\}$, wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 & -10 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,

b) $P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -x + y \leq -2, x - 4y + 2z \leq 2, -x + y - 3z \leq -2, x - 4y - 2z \leq 2\}$.

Aufgabe 8.3 Sei $C \subseteq \mathbb{R}^n$ eine konvexe Menge, und sei $x \in C$. Falls C eine Stützhyperebene H hat mit $H \cap C = \{x\}$, so heißt x *freiliegender Punkt von* C.
Zeigen Sie: jeder freiliegende Punkt ist ein Extrempunkt.

Aufgabe 8.4 (Präsenzübung) Sei $C \subseteq \mathbb{R}^n$ eine nichtleere, kompakte, konvexe Menge, und sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine lineare Funktion. Zeigen Sie, dass es einen Extrempunkt z von C gibt, so dass $f(z) \geq f(x)$ für alle $x \in C$.

Abgabe: Bis Dienstag, 9. Juni, 10:00 Uhr.
Aufgabe 8.1 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben. Aufgabe 8.2 oder 8.3 auf der Vorlesungshomepage eintragen.