



Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. F. von Heymann

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2015

— Aufgabenblatt 9 —

Aufgabe 9.1 Lösen Sie das folgende Maximierungsproblem mit Hilfe des Eliminationsverfahrens von Fourier und Motzkin:

$$\max\{c^T x : Ax \leq b\},$$

wobei

$$c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 9.2 Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ eine Matrix und $b \in \mathbb{R}^m$ ein Vektor. Zeigen Sie:

Es gibt genau dann einen Vektor $x \in \mathbb{R}^n$ mit $Ax < b$, wenn es keinen Vektor $y \geq 0$ gibt mit $y \neq 0$ sowie $y^T A = 0$ und $y^T b \leq 0$.

Aufgabe 9.3 Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ eine Matrix und $b \in \mathbb{R}^m$ ein Vektor. Zeigen Sie:

Es gibt genau dann einen Vektor $x \geq 0$ mit $Ax \leq b$, wenn es keinen Vektor $y \geq 0$ mit $y^T A \geq 0$ und $y^T b < 0$ gibt.

Aufgabe 9.4 (Präsenzübung) Sei $P \subseteq \mathbb{R}^2$ das Polyeder gegeben durch

$$P = \left\{ x \in \mathbb{R}^2 : \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} x \leq \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} \right\}.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Eliminationsverfahrens von Fourier und Motzkin, ob $P \neq \emptyset$ gilt.

Abgabe: Bis Dienstag, 16. Juni, 10:00 Uhr.

Aufgabe 9.1 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben. Aufgabe 9.2 oder 9.3 auf der Vorlesungshomepage eintragen.