Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. F. von Heymann

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2015

— Aufgabenblatt 10 —

Aufgabe 10.1 Sei M eine Matrix mit Einträgen $M_{i,j} \in \{0, 1\}$. Angenommen es gibt eine Sortierung der Zeilen, so dass für jede Spalte die Einsen aufeinander folgen, das heißt: Falls $M_{i,j} = 1$ und $M_{i+1,j} = 0$, dann ist $M_{k,j} = 0$ für alle $k > i$.

Zeigen Sie, dass M dann vollständig unimodular ist.

Aufgabe 10.2 Sei $P \subseteq \mathbb{R}^n_{\geq 0}$ ein nichtleeres Polyeder. Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Minkowski (bzw Korollar V.1.7), dass P eine Ecke besitzt.

Aufgabe 10.3 Sei $G = (V, E)$ ein bipartiter Graph. Eine *Kantenüberdeckung* von G ist eine Teilmenge der Kanten $F \subseteq E$, so dass $V = \bigcup_{e \in F} e$ gilt. Das *Kantenüberdeckungspolytop* von G ist definiert als die konvexe Hülle der Inzidenzvektoren von Kantenüberdeckungen.

(a) Beschreiben Sie das Kantenüberdeckungspolytop mit Hilfe von linearen Ungleichungen.

(b) Stellen Sie ein lineares Programm auf, das die minimale Größe einer Kantenüberdeckung von G berechnet, und dualisieren Sie es.

Aufgabe 10.4 (Präsenzübung) Finden Sie eine kombinatorische Interpretation für das duale Programm aus Aufgabe 10.3(b). Überlegen Sie was passieren kann, falls G nicht bipartit ist.

Abgabe: Bis Dienstag, 23. Juni, 10:00 Uhr.
Aufgabe 10.1 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben. Aufgabe 10.2 oder 10.3 auf der Vorlesungshomepage eintragen.