Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. F. von Heymann

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2015

— Aufgabenblatt 12 —

Aufgabe 12.1 Lösen Sie das lineare Programm $\max\{c^{\mathsf{T}}x : Ax \le b\}$ mit Hilfe des Simplexverfahrens, wobei $x_0 = (-1, 0, -1)^{\mathsf{T}}$ die Startecke ist und

$$c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 12.2 Finden Sie ein $c \in \mathbb{R}^3$ und ein Polyeder mit mindestens 5 Ecken, so dass das Simplexverfahren (bei richtiger Wahl der Startecke) alle Ecken durchläuft.

Aufgabe 12.3 Finden Sie eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times 3}$, Vektoren $c \in \mathbb{R}^3$, $b \in \mathbb{R}^m$ und eine Startecke $x_0 \in \mathbb{R}^3$, so dass erstens für die Ecken x_1, x_2, x_3, die das Simplexverfahren durchläuft, gilt:

$$x_0 \neq x_1 = x_2 = x_3.$$

Zweitens, der Wert des linearen Programms $\max\{c^{\mathsf{T}}x : Ax \le b\}$ ist endlich, aber wird nicht in x_3 angenommen.

Aufgabe 12.4 (Präsenzübung) Sei $P = \{x \in \mathbb{R}^2 : Ax \le b\}$ gegeben, mit

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 8 \\ 1 & 0 \\ -12 & -12 \\ 3 & -10 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ 2 \\ 19 \\ 14 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Schritte des Ellipsoidverfahrens für das Problem $\max\{c^{\mathsf{T}}x : x \in P\}$ mit $c^{\mathsf{T}} = (-1, -1)$ und den Startwerten $R = 4$ und $x_0^{\mathsf{T}} = (0, 0)$.

Abgabe: Bis Dienstag, 7. Juli, 10:00 Uhr.
Aufgabe 12.1 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben. Aufgabe 12.2 oder 12.3 auf der Vorlesungshomepage eintragen.