Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
J. Rolfes, M. Sc.

Mathematische Grundlagen der digitalen Signalverarbeitung

Sommersemester 2016

— Übungsblatt 1 —

Aufgabe 1.1.
Sei $C \subseteq \mathbb{F}_2^n$ ein perfekter $(n, M, 7)$-Code. Zeige: $n + 1$ teilt 24.

Aufgabe 1.2.
Sei $C \subseteq \mathbb{F}_2^n$ ein linearer $[n, k]$-Code. Definiere $C' = \{x \in C : w(x) \text{ ist gerade}\}$. Zeige: C' ist ein $[n, l]$-Code und bestimme den Wert von l.

Aufgabe 1.3.
Sei $C \subseteq \mathbb{F}_4^n$ ein linearer Code, der durch die folgende Erzeugermatrix definiert ist

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 1 & \alpha^2 & \alpha \end{pmatrix}.$$

Dekodiere die folgenden empfangenen Wörter:

a) $(0\ 1\ \alpha\ 0\ 1)$

b) $(\alpha\ \alpha\ 1\ 0\ \alpha)$

c) $(\alpha^2\ 1\ 0\ 0\ \alpha^2)$

Aufgabe 1.4.
Zeige: Lineare Abbildungen $\varphi : \mathbb{F}_q^n \to \mathbb{F}_q^n$, die den Hamming-Abstand erhalten, d.h.

$$\|x - y\| = \|\varphi(x) - \varphi(y)\| \quad \text{für alle } x, y \in \mathbb{F}_q^n,$$

sind genau von der Form

$$(x_1, \dots, x_n) \mapsto (t_1 x_{\sigma(1)}, \dots, t_n x_{\sigma(n)}) \text{ mit } t_i \in \mathbb{F}_q \setminus \{0\},\ \sigma \in S_n.$$

Abgabe: Am Dienstag, den 26. April, um 10 Uhr am Anfang der Vorlesung „Mathematische Grundlagen der digitalen Signalverarbeitung“. Bitte Namen, Matrikelnummer und Gruppennummer auf die Abgabe schreiben.