



Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Dr. F. von Heymann
M. Dostert, M.Sc.

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2016

— Aufgabenblatt 10 —

(Blatt 1 der letzten drei)

Aufgabe 10.1 (Bonusaufgabe +10 Punkte) Zeigen Sie, dass in einem ganzzahligen Polyeder alle Ecken ganzzahlig sind.

Aufgabe 10.2 (10 Punkte) Sei $G = (V, E)$ ein bipartiter Graph. Zeigen Sie:

$$\text{conv}\left\{\chi^M : M \text{ perfektes Matching in } G\right\} = \left\{x \in \mathbb{R}^E : x \geq 0, \sum_{e:e \ni v} x_e = 1 \text{ für } v \in V\right\}.$$

Dabei ist ein *perfektes Matching* ein Matching $M \subseteq E$ mit $|M| = |V|/2$.

Aufgabe 10.3 (10 Punkte) Sei $G = (V, E)$ ein bipartiter Graph. Eine *unabhängige Menge* $U \subseteq V$ ist eine Teilmenge der Knotenmenge für die gilt: $\{u, v\} \notin E$ für alle $u, v \in U$. Die *Unabhängigkeitszahl* von G ist definiert als

$$\alpha(G) = \max\left\{|U| : U \text{ ist unabhängig}\right\}.$$

Finden Sie eine Min-Max-Relation für α .

Aufgabe 10.4 (Präsenzaufgabe) Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ VU, I die Einheitsmatrix und e der Einsvektor. Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- Die Matrix $\begin{pmatrix} A \\ I \end{pmatrix}$ ist ebenfalls VU.
- Die Matrix $\begin{pmatrix} A \\ e^T \end{pmatrix}$ ist ebenfalls VU.

Abgabe: Bis Dienstag, 28.06., 12 Uhr.

Lösungen zu den Aufgaben 10.1, 10.2 und 10.3 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer auf die Abgabe schreiben.