



Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
M. Dostert, M.Sc.

Einführung in die Theoretische Informatik

Wintersemester 2016/17

— Aufgabenblatt 7 —

Aufgabe 7.1 Zeigen Sie, dass die Sprache

$$U = \{\langle M \rangle w : \text{Turingmaschine } M \text{ akzeptiert } w\}$$

nicht rekursiv ist.

Aufgabe 7.2 Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{1^p : p \text{ ist eine Primzahl}\}$$

in der Klasse P liegt.

Aufgabe 7.3 Zeigen Sie, dass das Erfüllbarkeitsproblem der Prädikatenlogik NP-schwer ist.

Aufgabe 7.4 (10 Punkte) Die Komplexitätsklasse coNP ist definiert als

$$\text{coNP} = \{L : \bar{L} \in \text{NP}\},$$

wobei $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ das Komplement der Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist.

1. Zeigen, Sie dass die Inklusion $P \subseteq \text{NP} \cap \text{coNP}$ gilt.
2. Zeigen Sie, dass eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ genau dann zu coNP gehört, falls ein Polynom p und eine Polynomialzeit-Turingmaschine M existiert, so dass für jedes $x \in \Sigma^*$ gilt

$$x \in L \iff \forall u \in \Sigma^{p(|x|)} M(x, u) = 1.$$

Abgabe: Bis Mittwoch, 7. Dezember 2016 um 12 Uhr im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen und Matrikelnummer auf die Abgabe schreiben.

[...]

An explanation is due on the use of the words “efficient algorithm.”

[...]

For practical purposes computational details are vital. However, my purpose is only to show as attractively as I can that there is an efficient algorithm. According to the dictionary, “efficient” means “adequate in operation or performance.” This is roughly the meaning I want—in the sense that it is conceivable for maximum matching to have no efficient algorithm. Perhaps a better word is “good.”

I am claiming, as a mathematical result, the existence of a *good* algorithm for finding a maximum cardinality matching in a graph.

There is an obvious finite algorithm, but that algorithm increases in difficulty exponentially with the size of the graph. It is by no means obvious whether *or not* there exists an algorithm whose difficulty increases only algebraically with the size of the graph.

[...]

one is customarily concerned with existence, convergence, finiteness, and so forth, one is not inclined to take seriously the question of the existence of a *better-than-finite* algorithm,

[...]

For practical purposes the difference between algebraic and exponential order is often more crucial than the difference between finite and non-finite.

Jack Edmonds, *Paths, trees, and flowers*, *Canad. J. Math.* **17** (1965), 449–467.

[...]

I conjecture that there is no good algorithm for the traveling salesman problem. My reasons are the same as for any mathematical conjecture: (1) It is a legitimate mathematical possibility, and (2) I do not know.

[...]

Jack Edmonds, *Optimum branchings*, *Journal of Research of the National Bureau of Standards, Section B* **71** (1967), 233–240.