Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
M. Dostert, M.Sc.

Einführung in die Theoretische Informatik

Wintersemester 2016/17

— Lösungsskizze zur Aufgabe 3.4 —

Aufgabe 3.4

1. Sei F eine endliche Klauselmenge. Zeigen Sie, dass ein $k \geq 0$ exisitert, so dass für $i \geq k$ gilt:

$$\text{Res}^*(F) = \text{Res}^i(F).$$

2. Sei A eine n-elementige Menge atomarer Formeln und F eine Menge von m Klauseln, deren atomare Formeln aus A sind. Bestimmen Sie eine konkrete obere Schranke für die maximale Kardinalität von $\text{Res}^*(F)$.

Lösung

1. Sei F eine Klauselmenge mit den atomaren Formeln $A_1, \ldots, A_n$. Jede der atomaren Formeln kann in einer Klausel positiv, positiv und negativ, negativ oder überhaupt nicht vorkommen. Aus den 4 verschiedenen Möglichkeiten pro atomarer Formel folgt, dass maximal 4^n verschiedene Klauseln in $\text{Res}^*(F)$ vorkommen können. In jedem Schritt von $\text{Res}^i(F)$ nach $\text{Res}^{i+1}(F)$ könnte gerade nur eine weitere Klausel hinzukommen. Hieraus ergibt sich folgende obere Schranke für k : $k \leq 4^n$.

2. Es können maximal nur 4^n viele verschiedene Klauseln in $\text{Res}^*(F)$ vorkommen (siehe 1.). Somit gilt $|\text{Res}^*(F)| \leq 4^n$.