(b) Bestimme Funktion f, so dass gilt

$\langle M \rangle w \in U$

$\Longleftrightarrow$ TM M akzeptiert Eingabe w

$\Longleftrightarrow$ $f(\langle M \rangle w)$ ist Lösung des MPKP.

<u>Idee:</u> Codiere die Berechnung von M auf w als Eingabe für MPKP.

Alphabet für MPKP ist $\Gamma \cup Q \cup \{\#\}$

Bandalphabet von M — Zustandsmenge

$F \subseteq Q$ Menge von akz. Zuständen

<u>Definition von MPKP $f(\langle M \rangle w)$</u>

<u>1. Anfangsregel</u>

$(\#, \# q_0 w \#)$

<u>2. Kopierregel</u>

(a, a) für $a \in \Gamma \cup \{\#\}$.

3. Überführungsregel

für jedes $q \in Q \setminus F$, $q' \in Q$, $a, b, c \in \Gamma$:

(qa, bq')	wenn $\delta(q,a) = (q', b, R)$
$(cqa, q'cb)$	$\delta(q,a) = (q', b, L)$
$(qa, q'b)$	$\delta(q,a) = (q', b, N)$
$(q\#, bq'\#)$	$\delta(q,B) = (q', b, R)$
$(cq\#, q'cb\#)$	$\delta(q,B) = (q', b, L)$
$(q\#, q'b\#)$	$\delta(q,B) = (q', b, N)$

4. Löschregel

für $q \in F$, $a, b \in \Gamma$

(aqb, q)

(aq, q)

(qb, q)

5. Abschlussregel

für $q \in F$

$(q\#\#, \#)$.

„$\Rightarrow$": Sei $\langle M \rangle w \in U$.

Da M auf w hält, gibt es eine endliche Folge $k_0, k_1, \ldots, k_t$ von Konfigurationen der TM M, so dass

- $k_0 = q_0 w$ die Anfangskonf. ist
- k_t eine akzeptierende Haltekonf. ist
- k_{i+1} ist direkte Nachfolgekonf. von k_i.

Dabei ist eine <u>Konfiguration</u> formal definiert als $\alpha q \beta$ mit $\alpha, \beta \in \Gamma$, $q \in Q$, wobei die TM die Zeichenkette $\alpha\beta$ als Bandinhalt besitzt, im Zustand q ist und ihr Kopf auf dem ersten Zeichen von β steht.

Die Konf. $\alpha' q' \beta'$ heißt <u>direkte Nachfolgekonf.</u> von $\alpha q \beta$, falls sie aus $\alpha q \beta$ in einem Rechenschritt entsteht.

Wir zeigen nun, dass $f(\langle M \rangle w)$ eine Lösung besitzt, die mit

$$\# q_0 w \# k_1 \# \quad \# k_t \#$$

beginnt.

„Beweis durch Beispiel"

(formalerer Beweis wird im Buch von Hopcroft und Ullman geführt)

TM $M = (\{q_1, q_2, q_3\}, \{0,1\}, \{0,1,B\}, B, q_1, \delta, \{q_3\})$

mit Zustandsübergangsfkt. δ

q_i	$\delta(q_i, 0)$	$\delta(q_i, 1)$	$\delta(q_i, B)$
q_1	$(q_2, 1, R)$	$(q_2, 0, L)$	$(q_2, 1, L)$
q_2	$(q_3, 0, L)$	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 0, R)$
q_3	—	—	—

und Eingabe $w = 01$.

Zugehörige Folge von Konfigurationen:

$k_0 = q_1 01$

$k_1 = 1 q_2 1$

$k_2 = 1 0 q_1$

$k_3 = 1 q_2 0 1$

$k_4 = q_3 1 0 1$

1. Anfangsregel: $(\#, \# q_1 01 \#)$

2. Kopierregel: $(0,0)$, $(1,1)$, (B,B), $(\#,\#)$.

3. Überführungsregel:

$\delta(q_1, 0) = (q_2, 1, R)$ $\quad (q_1 0, 1 q_2)$

$\delta(q_1, 1) = (q_2, 0, L)$ $\quad (0 q_1 1, q_2 00)$

$(1 q_1 1, q_2 10)$

$\delta(q_1, B) = (q_2, 1, L)$ $\quad (0 q_1 \#, q_2 01\#)$

$(1 q_1 \#, q_2 11 \#)$

$\delta(q_2, 0) = (q_3, 0, L)$ $\quad (0 q_2 0, q_3 00)$

$(1 q_2 0, q_3 10)$

$\delta(q_2, 1) = (q_1, 0, R)$ $\quad (q_2 1, 0 q_1)$

$\delta(q_2, B) = (q_2, 0, R)$ $\quad (q_2 \#, 0 q_2 \#)$

4. Löschregel: $(0 q_3 0, q_3)$, $(0 q_3 1, q_3)$, $(1 q_3 0, q_3)$, $(1 q_3 1, q_3)$

$(0 q_3, q_3)$, $(1 q_3, q_3)$, $(q_3 0, q_3)$, $(q_3 1, q_3)$

5. Abschlussregel: $(q_3 \# \#, \#)$.

Dann:

$$x = \# | q_1 0 | 1 | \# | 1 | q_2 1 | \# | 1 | 0 q_1 \# | 1 q_2 0 | 1 | \# | q_3 1 \ldots$$

$$y = \# \underbrace{q_1 0 1}_{k_0} \# | \underbrace{1 q_2 1}_{k_1} | \# | \underbrace{1 | 0 q_1}_{k_2} | \# | \underbrace{1 | q_2 0 1}_{k_3} \# | \underbrace{q_3 1 0 | 1}_{k_4} | \# | q_3 \ldots$$