



Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
M. Dostert, M.Sc.

Einführung in die Theoretische Informatik

Wintersemester 2016/17

— Aufgabenblatt 8 —

Aufgabe 8.1 Zeigen Sie, dass

$$\text{NP} \subseteq \text{EXP}$$

gilt, wobei die Komplexitätsklasse EXP definiert ist als

$$\text{EXP} = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{DTIME}(2^{n^k}).$$

Aufgabe 8.2 Zeigen Sie, dass für die Sprache

$$\text{LINEQ} = \{\langle A, b \rangle : A \in \mathbb{Q}^{m \times n}, b \in \mathbb{Q}^m, \exists x \in \mathbb{Q}^n : Ax = b.\}$$

folgendes gilt:

1. $\text{LINEQ} \in \text{NP}$.
2. $\text{LINEQ} \in \text{coNP}$.

Aufgabe 8.3 Zeigen Sie, dass $3 - \text{SAT} \leq_p \text{INTEGER} - \text{PROGRAMMING}$ gilt, wobei

$$\text{INTEGER} - \text{PROGRAMMING} = \{\langle A, b \rangle : A \in \mathbb{Z}^{m \times n}, b \in \mathbb{Z}^m, \exists x \in \mathbb{Z}^n : Ax \leq b\}.$$

Aufgabe 8.4 (10 Punkte) Betrachten Sie die folgenden Varianten des MAXCUT Problems für ein Graph $G = (V, E)$ und eine Gewichtsfunktion $w : E \rightarrow \mathbb{N}$:

- V1: Gegeben ist $k \in \mathbb{N}$. Gibt es einen Schnitt $C \subseteq E$ mit $\sum_{e \in C} w(e) \geq k$?
- V2: Bestimme das größte k , so dass es einen Schnitt C mit $\sum_{e \in C} w(e) = k$ gibt.
- V3: Berechne einen Schnitt C , so dass es keinen Schnitt C' gibt mit $\sum_{e \in C'} w(e) > \sum_{e \in C} w(e)$.

Zeigen Sie:

1. Wenn V1 in polynomieller Zeit lösbar ist, dann ist auch V2 in polynomieller Zeit lösbar.
2. Wenn V2 in polynomieller Zeit lösbar ist, dann ist auch V3 in polynomieller Zeit lösbar.

Abgabe: Bis Mittwoch, 14. Dezember 2016 um 12 Uhr im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01). Bitte Namen und Matrikelnummer auf die Abgabe schreiben.

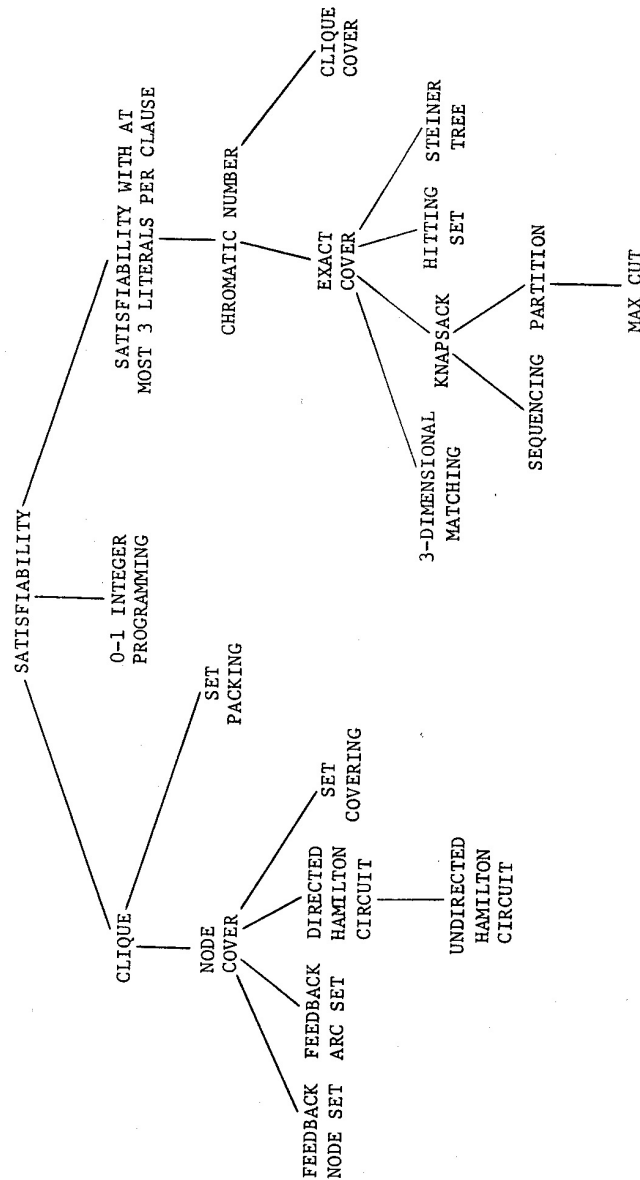


FIGURE 1 - Complete Problems