Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
M. Dostert, M.Sc.

Einführung in die Theoretische Informatik

Wintersemester 2016/17

— Lösungsskizze zur Aufgabe 6.4 —

Aufgabe 6.4 (10 Punkte) Prüfen Sie für die nachfolgenden Fälle, ob das Postsche Korrespondenzproblem rekursiv ist:

1. $|\Sigma| = 1$,
2. $|\Sigma| = 2$.

Lösung

1. Sei $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$ eine Eingabe für das Postsche Korrespondenzproblem (PKP) mit $|\Sigma| = 1$.

   (a) Angenommen es existiert ein $i \in [k]$ mit $|x_i| = |y_i|$, dann ist i eine Lösung des PKP.

   (b) Angenommen, für alle $i \in [k]$ gilt $|x_i| > |y_i|$, dann hat das PKP keine Lösung.

   (c) Angenommen, für alle $i \in [k]$ gilt $|x_i| < |y_i|$, dann hat das PKP keine Lösung.

   (d) Angenommen, es existieren $i, j \in [k]$ mit $|x_i| > |y_i|$ und $|x_j| < |y_j|$, dann hat das PKP eine Lösung.

   Mit Hilfe einer Turingmaschine kann man die vier Fälle überprüfen und somit entscheiden, ob das PKP eine Lösung hat. Hieraus folgt, dass das PKP mit $|\Sigma| = 1$ rekursiv ist.

2. Sei PKP_2 das PKP mit $|\Sigma| = 2$. OBdA definieren wir $\Sigma = \{0, 1\}$. Das allgemeine PKP ist auf PKP_2 reduzierbar, da sich jede Eingabe binär kodieren lässt. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das PKP nicht rekursiv ist und somit folgt aus dem Lemma der Vorlesung, dass das PKP_2 ebenfalls nicht rekursiv ist.