



Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2017

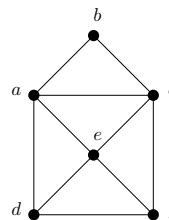
— Aufgabenblatt 1 —

Aufgabe 1.1 (10 Punkte) Es sei $G = (V, E)$ ein Graph. Beweisen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

- G ist ein Baum.
- G ist minimal zusammenhängend, d.h. für jede Kante $e \in E$ ist der Graph $H = (V, E \setminus \{e\})$ nicht zusammenhängend.
- G ist maximal kreisfrei, d.h. für je zwei Knoten $v, w \in V$ mit $\{v, w\} \notin E$ enthält der Graph $H = (V, E \cup \{\{v, w\}\})$ einen Kreis.

Aufgabe 1.2 (10 Punkte)

- Bestimmen Sie alle Bäume mit Knotenmenge $\{1, 2, 3, 4\}$.
- Bestimmen Sie die Anzahl der Spannbäume des nebenstehenden Graphen.
- Zeigen Sie, dass ein Graph mit n Knoten bis zu n^{n-2} Spannbäume haben kann.



Aufgabe 1.3 (10 Punkte) Die Tabelle auf der folgenden Seite definiert einen Abstandsgraphen. Bestimmen Sie einen minimalen Spannbaum unter Verwendung des Algorithmus' von Kruskal.

Aufgabe 1.4 (Präsenzaufgabe)

Ein gerichteter Graph $D = (V, A)$ besteht aus einer endlichen Knotenmenge V und gerichteten Kanten $A \subseteq \{(v, w) : v, w \in V, v \neq w\}$.

Die Inzidenzmatrix eines gerichteten Graphen ist die Matrix $M \in \mathbb{R}^{V \times A}$ definiert durch

$$M_{v,a} = \begin{cases} +1, & \text{falls } a = (w, v) \text{ für ein } w \in V; \\ -1, & \text{falls } a = (v, w) \text{ für ein } w \in V; \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie mit Induktion: Jeder Minor (Determinante einer quadratischen Teilmatrix) der Inzidenzmatrix eines gerichteten Graphen ist gleich -1 , 0 , oder $+1$.

Abgabe: Bis Dienstag, 25.04.2017, 10 Uhr.

Aufgaben 1.1, 1.2 und 1.3 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer (!) auf die Abgabe schreiben.

Berlin										
Bremen	375									
Dortmund	490	205								
Essen	480	249	35							
Frankfurt/Main	564	450	183	256						
Hamburg	279	110	303	350	509					
Köln	553	315	76	75	185	381				
Leipzig	184	367	395	475	407	387	488			
München	596	766	496	646	412	772	578	436		
Stuttgart	631	645	333	472	200	668	367	471	210	
	Be	Br	Do	Es	Fr	Ha	Kö	Le	Mü	St