



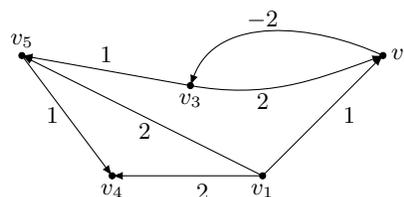
Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2017

— Aufgabenblatt 4 —

**Aufgabe 4.1** (10 Punkte) Finden Sie im rechtsstehenden gerichteten Graphen kürzeste Wege von dem Knoten  $v_1$  zu jedem der anderen Knoten, sowie eine optimale Potentialfunktion.

Begründen Sie, warum die von Ihnen angegebene Funktion eine optimale Potentialfunktion ist.



**Aufgabe 4.2** (10 Punkte) Verwenden Sie den Algorithmus von Bellman und Ford, um das folgende ganzzahlige lineare Optimierungsproblem zu lösen:

$$\max\{c^T x : x \in \mathbb{Z}^6, x_i \geq 0, i = 1, \dots, 6, (Ax)_j \leq b_j, j = 1, 2\}$$

mit

$$c = (2, 2, 2, 0, 2, 1)^T, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = (2, 2)^T.$$

**Aufgabe 4.3** (10 Punkte) Sei  $U = \{U_1, \dots, U_6\}$  eine Menge von Übungen und  $T = \{T_1, \dots, T_4\}$  eine Menge von Tutoren. Zu jedem Tutor gibt es eine Menge von Übungen, die er betreuen könnte:

$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
$U_1, U_4, U_5$	$U_2, U_3$	$U_3, U_5$	$U_2, U_4, U_6$

Darüber hinaus hat jeder Dozent angegeben, welche Tutoren er für geeignet hält:

$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$
$T_1, T_3, T_4$	$T_1, T_3, T_4$	$T_2, T_3$	$T_1, T_4$	$T_1, T_4$	$T_2, T_4$

Jede Übung soll betreut werden, und jedem Tutor kann höchstens eine Übung zugewiesen werden. Modellieren Sie das Problem als bipartiten Graph und geben Sie ein Matching an, so dass möglichst vielen Übungen ein passender Tutor zugewiesen wird.

**Aufgabe 4.4** (Präsenzaufgabe)

Beweisen Sie das Matchingtheorem von König unter Verwendung der Aussage des Satzes von Hall.

**Abgabe:** Bis Dienstag, 16. Mai 2017, 10 Uhr.

Aufgaben 4.1, 4.2 und 4.3 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer (!) auf die Abgabe schreiben.