



Einführung in die Mathematik des Operations Research

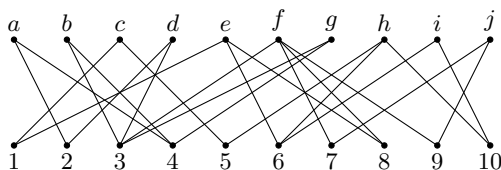
Sommersemester 2017

— Aufgabenblatt 5 —

Aufgabe 5.1 (10 Punkte) Sei X eine endliche Menge und seien A_1, A_2, \dots, A_n Teilmengen von X , nicht notwendigerweise alle verschieden. Bezeichne eine Folge x_1, \dots, x_n mit $x_i \in A_i$ und $x_i \neq x_j$, für alle $i \neq j$ und $i, j \in \{1, \dots, n\}$, als *System verschiedener Vertreter* für $\{A_1, \dots, A_n\}$.

Zeigen Sie: Ein System verschiedener Vertreter existiert für $\{A_1, \dots, A_n\}$ genau dann, wenn für jedes $m \in \{1, \dots, n\}$ jede Vereinigung von m Mengen A_i mindestens m Elemente enthält.

Aufgabe 5.2 (10 Punkte) Bestimmen Sie die Knotenüberdeckungszahl $\tau(G)$ und die Matchingzahl $\nu(G)$ von folgendem Graphen G und geben Sie ein optimales Matching und eine optimale Knotenüberdeckung an:



Aufgabe 5.3 (10 Punkte) Die folgende Tabelle enthält eine fiktive Zuordnung von Veranstaltungen zu den jeweiligen Modulen:

Aufbaumodul I	Aufbaumodul II	Schwerpunktmodul
Analysis	Algebra	Funktionalanalysis
Operations Research	Funktionalanalysis	Zahlentheorie
	Zahlentheorie	Numerik

Alle drei Module müssen abgedeckt werden, jede Veranstaltung kann höchstens ein Modul abdecken. Sei S eine Studierende, die bereits an der Veranstaltung *Funktionalanalysis* erfolgreich teilgenommen hat. Für die restlichen Veranstaltungen hat S folgende Präferenzen (absteigend sortiert):

Numerik, Algebra, Zahlentheorie, Operations Research, Analysis

Finden Sie eine minimale Auswahl von Veranstaltungen, die S noch belegen muss um alle Module abzudecken, so dass ihre Präferenzen möglichst stark berücksichtigt werden.

Aufgabe 5.4 (Präsenzaufgabe) Für eine $m \times n$ -Matrix M sei

$$N(M) = \{(i, j) : i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, M_{i,j} = 0\}.$$

Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} \max\{|S| : S \subseteq N(M), (i, j), (k, l) \in S \Rightarrow i \neq k \text{ und } j \neq l\} \\ = \min\{|I| + |J| : (i, j) \in N(M) \Rightarrow i \in I \text{ oder } j \in J\}. \end{aligned}$$

Abgabe: Bis Dienstag, 23. Mai 2017, 10 Uhr.

Aufgaben 5.1, 5.2 und 5.3 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer (!) auf die Abgabe schreiben.