



## Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2017

### — Aufgabenblatt 6 —

**Aufgabe 6.1** (10 Punkte) Eine quadratische Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  heißt *doppelt-stochastisch* falls sie nur nicht-negative Einträge besitzt und jede Zeilensumme und Spaltensumme 1 ist.

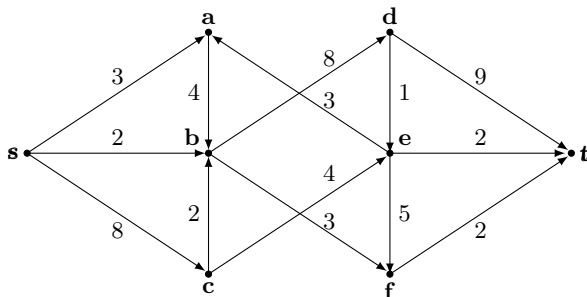
Zeigen Sie: Für jede doppelt-stochastische Matrix gibt es eine Permutation der Spalten, so dass alle Diagonal-Einträge ungleich Null sind.

**Aufgabe 6.2** (10 Punkte) Sei  $D = (V, A)$  ein gerichteter Graph. Seien  $s, t \in V$  und sei  $f \in \mathbb{R}_{\geq 0}^A$  ein  $s$ - $t$ -Fluss. Zeigen Sie, dass für den Wert des Flusses

$$\text{value}(f) = \sum_{a \in \delta^{\text{in}}(t)} f(a) - \sum_{a \in \delta^{\text{out}}(s)} f(a)$$

gilt. *Hinweis:* Beweis von Lemma 4.

**Aufgabe 6.3** (10 Punkte) Berechnen Sie im unten angegebenen Graphen mit gegebener Kapazität einen maximalen  $s$ - $t$ -Fluss und einen minimalen  $s$ - $t$ -Schnitt mit Hilfe des Ford-Fulkerson Algorithmus.



**Aufgabe 6.4** (Präsenzaufgabe)

- Modellieren Sie das Problem der Berechnung der Matchingzahl in einem bipartiten Graphen mit Hilfe des maximalen Flussproblems.
- Beweisen Sie das Matchingtheorem von König unter Verwendung der Aussage des Max-Flow-Min-Cut-Theorems.

**Abgabe:** Bis Dienstag, 30. Mai 2017, 10 Uhr.

Aufgaben 6.1, 6.2 und 6.3 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer sowie Übungsgruppennummer (!) auf die Abgabe schreiben.