Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. M. Zimmermann
J. Rolfes M.Sc.

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2018

— Aufgabenblatt 0 —

Aufgabe 0.1 (Präsenzaufgabe) Modellieren Sie nach den folgenden Regeln einen Graph:

1. Die Knotenmenge bestehe als Teilmenge des $\mathbb{R}^2$ aus den Punkten

$$(-4,5),(-4,-4),(-3,3),(-3,2),(-2,3),(-2,2),(-1,-2),$$
$$(-1,-4),(-1,-6),(0,3),(0,0),(0,-7),(1,-2),(1,-4),(1,-6);$$

2. Zwischen zwei Knoten $u \in \mathbb{R}^2$ und $v \in \mathbb{R}^2$ liege genau dann eine gerichtete Kante (u,v), wenn der Euklidische Abstand dieser kleiner oder gleich 3 ist, sowie für die Koordinaten $u_2 \geq v_2$ gilt. Der euklidische Abstand werde der Kante dann auch als Kantenlänge zugewiesen.

Markieren Sie ausgewählte Knoten wie folgt:

$$a = (-4,5);\ b = (0,0);\ c = (0,-7);\ d = (0,3);\ e = (-4,-4).$$

Bestimmen Sie

a) alle kürzesten Wege von a nach b. Wieviele solcher gibt es?

b) alle kürzesten Wege von b nach c. Wieviele solcher gibt es?

c) alle kürzesten Wege von a nach c. Wieviele solcher gibt es?

Zusatzfragen:

d) Was macht diese Probleme auf diesem Graph „einfach“?

e) Sie dürfen nun eine gerichtete Kante zwischen zwei beliebigen Knoten einfügen, dabei brauchen Sie die obigen Regeln nicht zu befolgen. Die Länge dieser Kante berechnet sich als die Euklidische Distanz dieser Knoten als Punkte im $\mathbb{R}^2$. Wie können Sie so einen kürzest möglichen Wege von d nach e erzeugen?

Aufgabe 0.2 (Präsenzaufgabe) Verwenden Sie den Algorithmus von Bellman und Ford, um das folgende ganzzahlige lineare Optimierungsproblem zu lösen:

$$\max\{c^{\mathsf{T}}x : x \in \mathbb{Z}^6, x_i \geq 0, i = 1,\ldots,6,\ (Ax)_j \leq b_j, j = 1,2\}$$

mit

$$c = (2,2,2,0,2,1)^{\mathsf{T}}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = (2,2)^{\mathsf{T}}.$$

Abgabe: Keine Abgabe! Die Aufgaben werden als Präsenzaufgaben in den ersten Übungen vom 24.4 - 26.4 bearbeitet und diskutiert.