



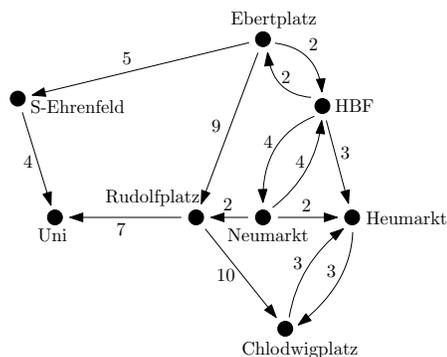
Universität zu Köln  
 Mathematisches Institut  
 Prof. Dr. F. Vallentin  
 Dr. M. Zimmermann  
 J. Rolfes M.Sc.

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2018

— Aufgabenblatt 2 —

**Aufgabe 2.1** Finden Sie im rechtsstehenden gerichteten Graphen kürzeste Wege vom Ebertplatz zu jedem der anderen Knoten, sowie eine optimale Potentialfunktion. Begründen Sie, warum die von Ihnen angegebene Funktion eine optimale Potentialfunktion ist.



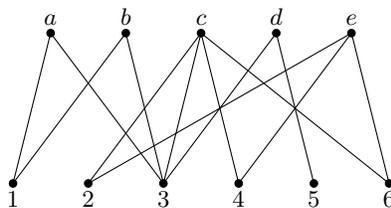
**Aufgabe 2.2** Man betrachte zwei Knoten  $s, t \in V$  in einem gerichteten Graphen  $D = (V, A)$ , für die es einen Weg von  $s$  nach  $t$  gibt.

- a) Zeigen Sie: Das folgende Optimierungsproblem berechnet die minimale Anzahl von Kanten in einem Weg von  $s$  nach  $t$ :

$$\max \{ \phi(t) - \phi(s) : \phi \in \mathbb{R}^V, \phi(w) - \phi(v) \leq 1 \text{ für alle } (v, w) \in A \}.$$

- b) Zeigen Sie: Man kann die Funktion  $\phi$  auch auf  $\phi \in \mathbb{Z}^V$  einschränken, ohne dass sich der Optimalwert ändert.

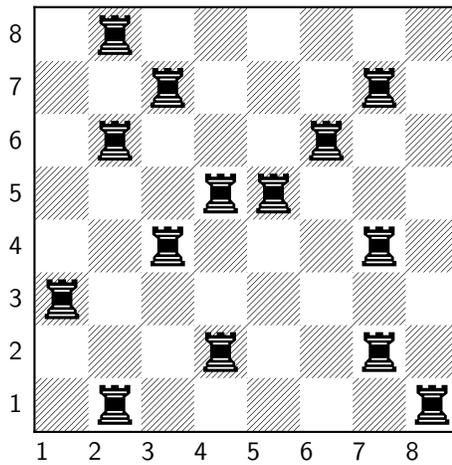
**Aufgabe 2.3** Sei  $G$  der folgende Graph:



- a) Sei  $M = \{(1, b), (2, c)\}$ . Geben Sie alle vom Knoten 3 startenden  $M$ -augmentierenden Wege an.
- b) Bestimmen Sie  $\nu(G) = \max\{|M| : M \subseteq E \text{ ist ein Matching in } G\}$  und geben Sie ein optimales Matching an.

**Aufgabe 2.4** (Präsenzaufgabe) Gegeben sei ein  $n \times m$  Schachbrett. Auf diesem werden  $k$  Türme auf die Positionen  $p_1, \dots, p_k \in \{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, m\}$  verteilt.

- a) Geben Sie einen Algorithmus an, der eine Menge  $I \subseteq \{1, \dots, k\}$  von Türmen berechnet, so dass sich keine zwei Türme schlagen können und  $|I|$  maximal wird. (Anmerkung: Beim Schach können sich zwei Türme schlagen, wenn sie in derselben Reihe oder derselben Spalte stehen.)
- b) Wenden Sie Ihren Algorithmus auf das folgende Problem an:



**Abgabe:** Bis Freitag, 4. Mai 2018, 8 Uhr.

Aufgaben 2.1, 2.2 und 2.3 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer sowie **Übungsgruppennummer** auf die Abgabe schreiben.