



Universität zu Köln  
Mathematisches Institut  
Prof. Dr. F. Vallentin  
Dr. M. Zimmermann  
J. Rolfes M.Sc.

## Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2018

### — Aufgabenblatt 7 —

#### Aufgabe 7.1

- a) Es sei  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  eine Menge, welche mindestens  $n + 2$  Punkte enthält. Zeigen Sie, dass es zwei Teilmengen  $A, B \subseteq S$  mit  $A \cap B = \emptyset$  gibt, für die gilt:

$$\text{conv}(A) \cap \text{conv}(B) \neq \emptyset.$$

*Hinweis:  $n + 2$  Punkte im  $\mathbb{R}^n$  sind affin abhängig.*

- b) Zeigen Sie, dass die Aussage aus Teil a) im Allgemeinen nicht mehr gilt, wenn  $S$  nur  $n + 1$  Punkte enthält.

**Aufgabe 7.2** Bestimmen Sie alle metrischen Projektionen  $\pi_C(z)$  von Punkten  $z \in \mathbb{R}^n$  auf die Menge

$$C = \text{conv} \left( \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| = 1\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} \right).$$

**Aufgabe 7.3** Betrachten Sie die Menge  $C = \text{conv}\{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$ , wobei

$$y_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, y_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, y_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, y_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, y_5 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie alle Stützhyperebenen von  $C$ .

**Aufgabe 7.4** (Präsenzaufgabe)

- a) Zeigen Sie, dass sich die Einheitskugel  $B(0, 1) = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq 1\}$  als Schnitt von Halbräumen darstellen lässt.
- b) Zeigen Sie, dass sich die Einheitskugel  $B(0, 1)$  nicht als Schnitt von endlich vielen Halbräumen darstellen lässt.

**Abgabe:** Bis Freitag, 15. Juni 2018, 8 Uhr.

Aufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer sowie **Übungsgruppennummer** auf die Abgabe schreiben.