Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Prof. Dr. F. Vallentin
Dr. M. Zimmermann
J. Rolfes M.Sc.

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2018

— Aufgabenblatt 11 —

Aufgabe 11.1 Man betrachte eine Matrix A mit Einträgen $A_{i,j} \in \{0,1\}$. Angenommen es gelte: Falls $A_{i,j} = 1$ und $A_{i,j+1} = 0$, dann ist $A_{i,k} = 0$ für alle $k > j$.

Zeigen Sie, dass A dann vollständig unimodular ist.

Aufgabe 11.2 Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Eine *Clique* in G ist eine Menge $U \subseteq V$ für die gilt, dass für alle Knoten $u, u' \in U$ gilt $(u, u') \in E$. Betrachten Sie nun den Graph $G' = (V_1 \cup V_2, E)$ für den V_1 und V_2 jeweils Cliquen sind und finden Sie eine Min-Max-Charakterisierung für

$$\zeta(G') = \max\{|U| : \ U \text{ ist Clique von } G'\}.$$

Aufgabe 11.3 Es sei $G = (V, E)$ ein bipartiter Graph und $k \in \mathbb{N}$. Definiere P als die konvexe Hülle der Inzidenzvektoren von Knotenüberdeckungen $K \subseteq V$, also

$$P = \operatorname{conv}\{\chi^K : K \subseteq V \text{ Knotenüberdeckung von } G\}.$$

Beschreiben Sie P mit Hilfe von linearen Ungleichungen.

Aufgabe 11.4 (Präsenzaufgabe) Sei $P \in \{0,1\}^{n \times n}$ eine Permutationsmatrix, d.h. eine Matrix bei der genau ein Eintrag pro Zeile und Spalte gleich 1 ist. Zeigen Sie: P ist vollständig unimodular.

Abgabe: Bis Freitag, 13. Juli 2018, 8 Uhr.
Aufgaben 11.1, 11.2 und 11.3 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer sowie **Übungsgruppennummer** auf die Abgabe schreiben.