Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Dr. S. Mallach
J. Rolfes, M.Sc.

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2019

— Aufgabenblatt 3 —

Aufgabe 3.1 Sei $D = (V, A)$ ein gerichteter Graph. Eine Funktion $f \colon A \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ heißt *Zirkulation*, wenn in jedem Knoten das Flusserhaltungsgesetz gilt:

$$\forall v \in V: \sum_{a \in \delta^{out}(v)} f(a) = \sum_{a \in \delta^{in}(v)} f(a).$$

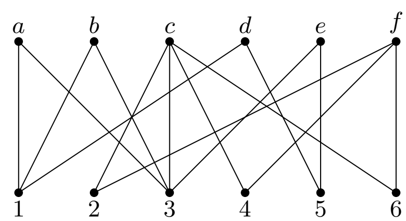
Sei C ein gerichteter Kreis in D. Definiere

$$\chi^C : A \to \{0,1\} \quad \text{mit} \quad \chi^C(a) = \begin{cases} 1, & \text{falls } C \text{ durch } a \text{ geht,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeige: Eine Funktion $f \colon A \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ ist genau dann eine Zirkulation, wenn es gerichtete Kreise $C_1, \ldots, C_k$ in D und positive reelle Zahlen $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ gibt, so dass $f = \alpha_1 \chi^{C_1} + \cdots + \alpha_k \chi^{C_k}$.

Aufgabe 3.2 Modelliere das Problem der Berechnung der maximalen Kardinalität eines Matchings in einem bipartiten Graphen als ein maximales Flussproblem.

Aufgabe 3.3 (Präsenzaufgabe) Sei G der folgende Graph:



Bestimmen Sie $\nu(G) = \max\{|M| : M \subseteq E \text{ ist ein Matching in } G\}$ mit Hilfe des Algorithmus aus der Vorlesung und geben Sie ein optimales Matching an.

Abgabe: Bis Freitag, 26. April 2019, 8 Uhr.
Aufgaben 3.1 und 3.2 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen.
Bitte Namen, Matrikelnummer sowie **Übungsgruppennummer** auf die Abgabe schreiben.