



Universität zu Köln  
Mathematisches Institut  
Dr. S. Mallach  
J. Rolfes, M.Sc.

## Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2019

### — Aufgabenblatt 7 —

#### Aufgabe 7.1

- a) Gegeben seien die Funktionen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  konvex und monoton wachsend und  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  konvex. Zeigen Sie, dass die Verknüpfung  $f \circ g$  konvex ist.
- b) Sei  $C \subseteq \mathbb{R}^n$  kompakt und konvex,  $C \neq \emptyset$ , und sei  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch  $h(x) = e^{\|x\|}$ . Zeigen Sie, dass es dann ein  $z \in \text{ext}(C)$  gibt, so dass  $h(z) \geq h(x)$  für alle  $x \in C$  gilt.

**Aufgabe 7.2** Gegeben sei ein Polyeder

$$P = \left\{ y \in \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} y \leq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Zeigen Sie, dass  $P$  ein Polytop ist und bestimmen Sie eine Matrix  $A$  und einen Vektor  $b$  so, dass  $P^\circ = \{x \in \mathbb{R}^3 : Ax \leq b\}$  gilt.

**Aufgabe 7.3** (Präsenzaufgabe) Beweisen Sie Korollar 2.3 der Vorlesung:

Seien  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^m$  gegeben. Dann gilt

$$\exists x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b \Leftrightarrow \nexists y \geq 0 : y^T A = 0, y^T b < 0.$$

**Abgabe:** Bis Freitag, 24. Mai 2019, 8 Uhr.

Aufgaben 7.1 und 7.2 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen.  
Bitte Namen, Matrikelnummer sowie **Übungsgruppennummer** auf die Abgabe schreiben.