



Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Dr. S. Mallach
J. Rolfes, M.Sc.

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2019

— Aufgabenblatt 8 —

Aufgabe 8.1 Ein Sportartikelhersteller, der sich auf die Produktion von Badebekleidung spezialisiert hat, stellt Badehosen H und Badeanzüge D her. Für jeden Artikel muss Zeit auf den Maschinen M_1 , M_2 und M_3 aufgewandt werden, welche folgende Maschinenlaufzeiten pro Produktstück haben:

	M_1	M_2	M_3
D	1 Min	0.5 Min	0.5 Min
H	0.5 Min	0.5 Min	1 Min

Die Maschinenlaufzeiten pro Tag sind begrenzt auf 700 Minuten für M_1 , 900 Minuten für M_2 und 800 Minuten für M_3 . Der Gewinn pro Badehose beträgt 4 Euro und pro Badeanzug 6 Euro.

Formulieren Sie das Problem, die Produktion so zu planen, dass maximaler Gewinn entsteht als Lineares Programm und lösen Sie dieses geometrisch. Dabei darf davon ausgegangen werden, dass alle Produkte auch verkauft werden.

Aufgabe 8.2

- a) Sei $D = (V, A)$ ein gerichteter Graph. Eine Funktion $f \in \mathbb{R}_{\geq 0}^A$ heisst *Zirkulation*, falls das Flusserhaltungsgesetz in jedem Knoten gilt, also für alle $v \in V$ gilt:

$$\sum_{a \in \delta^{in}(v)} f(a) = \sum_{a \in \delta^{out}(v)} f(a).$$

Sei $c \in \mathbb{R}_{\geq 0}^A$ eine Kapazitätsfunktion auf den Kanten von D . Finden Sie ein lineares Programm, welches das Maximum von $\sum_{a \in A} f(a)$ berechnet, wobei f eine Zirkulation mit $f \leq c$ ist. Dualisieren Sie dieses Programm.

- b) Dualisieren Sie das folgende lineare Programm:

$$\max \left\{ 2x - \frac{1}{3}y : \begin{pmatrix} 0 & -1/6 \\ 3 & -2/3 \\ 6 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}.$$

Aufgabe 8.3 (Präsenzaufgabe) Bestimmen Sie die optimale Lösung des Maximierungsproblems aus 8.2 b) mit Hilfe

- a) des Eliminationsverfahrens von Fourier und Motzkin,
- b) des Simplexverfahrens mit dem Startpunkt $\begin{pmatrix} 1/3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Abgabe: Bis Freitag, 31. Mai 2019, 8 Uhr.

Aufgaben 8.1 und 8.2 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen.
Bitte Namen, Matrikelnummer sowie **Übungsgruppennummer** auf die Abgabe schreiben.