Universität zu Köln
Mathematisches Institut
Dr. S. Mallach
J. Rolfes, M.Sc.

Einführung in die Mathematik des Operations Research

Sommersemester 2019

— Aufgabenblatt 9 —

Aufgabe 9.1 Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und ein Vektor $b \in \mathbb{R}^m$. Modellieren Sie das Minimierungsproblem

$$\min\{\|Ax - b\|_\infty : x \in \mathbb{R}^n\}, \quad \text{wobei} \quad \|y\|_\infty = \max_{j=1,\ldots,m} |y_j| \quad \text{für } y \in \mathbb{R}^m,$$

als lineares Programm und bestimmen Sie eine optimale Lösung für den Fall

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & -6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe des Verfahrens von Fourier und Motzkin.

Aufgabe 9.2 Gegeben sei das Maximierungsproblem

$$\max\left\{c^T x : Ax \leq b\right\}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass es für den Zielfunktionsvektor $c = (1, 1, 1)^T$, eine mögliche Startecke x_0 gibt so, dass für die Ecken x_1, x_2, …, die das Simplexverfahren durchläuft, gilt:

$$x_0 = x_1 = x_2 \neq x_3.$$

Aufgabe 9.3 (Präsenzaufgabe) Zeigen Sie, dass das lineare Ungleichungssystem

$$Ax \leq b \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -3 & -3 \\ 2 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

keine Lösung besitzt indem Sie Sie einen Vektor $y \geq 0$ angeben, der $y^\mathsf{T} A = 0$ und $y^\mathsf{T} b < 0$ erfüllt.

Abgabe: Bis Freitag, 7. Juni 2019, 8 Uhr.
Aufgaben 9.1 und 9.2 im Schließfach im Studierendenarbeitsraum im MI (Raum 3.01) einwerfen.
Bitte Namen, Matrikelnummer sowie **Übungsgruppennummer** auf die Abgabe schreiben.