

Aufbau eines Tools zur Monte-Carlo-Bewertung von komplexen Finanzderivaten - Themenbeschreibung

Nikolić/Fabrega/Meyhöfer

Wintersemester 2016/2017

Kalibrierung und Simulation:

Kalibrierung:

Zur Kalibrierung wird im wesentlichen folgender Input benötigt:

- zu kalibrierende Modelle (Modellwahl): dabei kann davon ausgegangen werden, dass stets mindestens ein Nominalzinsmodell simuliert wird. Weitere Komponenten, wie z.B. ein Realzinsmodell (Inflation), Equity/Property Modell, Credit Modell sind optional vorzugeben. Das Modell für den Nominalzins soll wahlweise aus der Klasse der Short-Rate-Modelle stammen oder ein LiborMarktModell sein
- Marktpreise von Finanzprodukten, für die eine dem jeweiligen Modell entsprechende Preisformel implementiert ist (werden extern zur Verfügung gestellt)
- fest vorgegebene Parameter: Modellparameter, die durch eine Vorkalibrierung bereits festgelegt sind und nicht mehr beim durchzuführenden Optimierungsproblem als variabler Parameter zur Verfügung stehen
- variable Parameter: Parameter, die bei der Kalibrierung eines Modells variiert werden können

Am Ende des Kalibrierungsprozess soll folgender Output stehen:

- Zuordnung der gewählten Modelle zu ihren Parametern (die zur Simulation der Modell benötigt werden)

Simulation:

Zur Simulation muss im wesentlichen folgender Input bereitgestellt werden:

- Output Kalibrierung, samt aller weiteren Modellparameter
- allgemeine Einstellungen: z.B. Anzahl zu simulierende Pfade, Zeitschritte der Ausgabe, Zeitschritte bei der Simulation, maximale Fälligkeit für Nominal-ZCBs (dazwischen jährliche Schritte), Verwendung antithetischer Paare bei Simulation (ja/nein),...

Output:

- Bereitstellung der Simulationsergebnisse in geeignetem Format und entsprechend den Vorgaben aus dem Input

Literatur: [Glasserman(2003)], Vortrag zu Kalibrierung von Finanzmarktmodellen aus dem letzten Semester

Modelle:

Für alle Modelle sollen die risikoneutrale Dynamik sowie geeignete Preisformeln, die zur Kalibrierung der Modelle an Marktdaten verwendet werden können, erarbeitet und implementiert werden.

Libor-Markt-Modell: Das Libor-Markt-Modell soll an Swaption-Preisen kalibriert werden. Allgemein soll eine n -Faktor-Variante des Modells implementiert werden, wobei die Korrelationsstruktur vorgegeben wird (wird also nicht kalibriert). Das Modell soll ein (konstantes) Displacement erlauben. Die Volatilitätsstruktur soll des weiteren durch einen Parametrischen Ansatz wie in Abschnitt 2.3 in [Schätz(2011)] charakterisiert werden (optional mit stochastischer Volatilität), also

$$\phi(\tau, a, b, c, d) = (a + b\tau) \exp(-c\tau) + d$$

Zur Kalibrierungen können die sog. Rebonato-Formel (bzw. optional die Hull und White-Formel) implementiert werden. (vgl 2.4 aus [Schätz(2011)]).

Literatur: [Schätz(2011)], [Filipovic(2009)], [Santen(2013)]

Short-Rate-Modelle: Es soll ein 2-Faktor-Vasicek Modell (mit stochastischem Mean-Reversion-Level) umgesetzt werden, d.h. der Short-Rate-Prozess r folgt der stochastischen Differentialgleichung

$$\begin{aligned} dr(t) &= \kappa(m(t) - r(t))dt + \sigma dW_1(t), \\ dm(t) &= \theta(\mu - m(t))dt + \delta dW_2(t) \end{aligned}$$

Für die Kalibrierung des Modells soll eine geschlossene Bondpreisformel hergeleitet und implementiert werden. Des weiteren kann eine entsprechende Formel für Swaptions erarbeitet werden.

Literatur: [Filipovic(2009)]

Black-Scholes-Modell: Es ist das Black-Scholes Modell inklusive allgemeiner Call(Put)-Formel umzusetzen. Dabei sind folgende Verallgemeinerungen zu beachten: Der Zinsprozess ist stochastisch, kann aber als vom Aktienpreisprozess unabhängig vorausgesetzt werden. Die Volatilität ist deterministisch und hat folgende allgemeine Struktur:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp(-\alpha t) + \sigma_\infty (1 - \exp(-\alpha t)).$$

Simuliert werden sollen lediglich die Excess-Return-Index, d.h. der um die risikoneutrale Zinsrate korrigierte Return-Index.

Credit-Modell:

Es ist ein zeitstetiges Credit-Modell wie in [Lutterbeck(2010)] umzusetzen. Die Real-World Übergangsmatrix wird dabei extern vorgegeben. Die Skalierung der Generatormatrix erfolgt über einen CIR-Prozess. Zur Kalibrierung sollen Bondpreise genutzt werden.

Literatur

[Filipovic(2009)] D. Filipovic. *Term-Structure Models*. Springer, 2009.

[Glasserman(2003)] P. Glasserman. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer, 2003.

[Lutterbeck(2010)] J. Lutterbeck. *Stochastische Analyse des Kreditrisikos eines Versicherungsunternehmens mit der JLT-Methode*. Bachelor's thesis, RWTH Aachen, Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik, 2010.

[Santen(2013)] E. Santen. *Kalibrierung eines Libor-Markt-Modells*. Master's thesis, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Institut für Mathematische Statistik, 2013.

[Schätz(2011)] D. Schätz. *Robust Calibration of the Libor Market Model and Pricing of Derivative Products*. PhD thesis, Universität Ulm, Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften, 2011.