

11. Blatt zur Analysis I
Abgabe: 16.–18.01.2012 in den Übungen

1. Aufgabe (4 Punkte)

Sei $z \in \mathbb{C}$, und sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ definiert durch $f(x) := 0$ für $x \leq 0$ und $f(x) := x^z$ für $x > 0$. Zeige: f ist genau dann im Punkt 0 differenzierbar, wenn $\operatorname{Re} z > 1$ gilt.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Sei $a \in \mathbb{R}$. Wieviele Nullstellen hat die Funktion $f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + a$ in $(-1, 1)$?

3. Aufgabe (4 Punkte)

Zeige für $x \in \mathbb{R}_+$:

$$x - \frac{x^2}{2} < \log(1+x) < x.$$

Zusatzaufgabe (+ 4 Punkte)

Sei $D \subset \mathbb{C}$, und sei $\overline{D}$ die Vereinigung von D und der Menge aller Häufungspunkte von D . Beweise, dass $\overline{D}$ die kleinste abgeschlossene Menge ist, die D umfasst.

(Zu zeigen ist: $\overline{D}$ ist abgeschlossen, und jede abgeschlossene Menge $A \subset \mathbb{C}$, die D umfasst, umfasst auch $\overline{D}$.)

Klausurtermine:

Samstag 04.02.2012, 8.45 – 12.15 Uhr, in Chemie I-III und Physik I-III

Montag 05.03.2012, 10.00 – 13.30 Uhr, in Hörsaalgebäude A1, B, C

<http://www.mi.uni-koeln.de:8915>