SS 2002 Prof. Hansjörg Geiges

Funktionentheorie

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen

1. in der Form $x + iy$, mit $x, y \in \mathbb{R}$ und
2. in der Form $r \cdot e^{i\phi}$ mit $r \in \mathbb{R}, r \geq 0$:

$$\frac{1}{i}, \quad \frac{3+2i}{5+4i}, \quad \frac{5+7i}{e^{\frac{\phi}{2}i}}, \quad \frac{3i}{e^{5i}}, \quad \sqrt{i}.$$

Aufgabe 2. Seien ϵ und η positive reelle Zahlen und $a, b \in \mathbb{C}$ mit $a \neq b$. Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Ebene:

1. $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z-a| < \epsilon\}$
2. $\{z \in \mathbb{C} \,|\, \eta \leq |z-a| \leq \epsilon\}$
3. $\{z \in \mathbb{C} \,|\, \operatorname{Im} az > 0\}$
4. $\{z \in \mathbb{C} \,|\, 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{6}\}$
5. $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z-a| + |z-b| = \eta\}$

Aufgabe 3. Finden Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung (aber seien Sie vorsichtig!):

$$\arg\left(\frac{z-i}{z+i}\right) = \frac{\pi}{3}.$$

Aufgabe 4 (Bonusaufgabe). Es seien $a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n$ beliebige komplexe Zahlen, so daß für alle $j \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k^j = \sum_{k=1}^{n} b_k^j.$$

Zeigen Sie, daß die Mengen $\{a_1, \ldots, a_n\}$ und $\{b_1, \ldots, b_n\}$ übereinstimmen. Hinweis: Benutzen Sie Eigenschaften der symmetrischen Polynome.

Abgabe: Donnerstag 18.4.2002 bis 17:00 im Briefkasten gegenüber der Fachschaft