SS 2002 Prof. Dr. H. Geiges

Funktionentheorie

Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Zeigen Sie, daß die Reihen

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{z^\nu}{2^{\nu+1}} \qquad \text{und} \qquad \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(z-i)^\nu}{(2-i)^{\nu+1}}$$

analytische Fortsetzungen voneinander sind.

Aufgabe 2. Bestimme die Residuen der folgenden Funktionen in allen ihren Singularitäten:

$$\text{(a)} \quad \frac{1}{(z^3+1)^2} \qquad \text{(b)} \quad \frac{1}{\cos \pi z} \qquad \text{(c)} \quad \frac{1}{e^z - 1}.$$

Aufgabe 3. Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein einfach zusammenhängendes Gebiet und $S \subset G$ eine diskrete Teilmenge. Weiter sei $f \in \mathcal{O}(G - S)$. Zeige, daß f genau dann eine Stammfunktion auf $G - S$ hat, wenn $\mathrm{Res}_a(f) = 0$ für alle $a \in S$.

Aufgabe 4. Berechne die folgenden Integrale:

$$\text{(a)} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)(x^2+9)} \qquad \text{(b)} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x^2+x+1}{x^4+5x^2+4}\, dx \qquad \text{(c)} \quad \int_0^{\infty} \frac{\cos x}{(1+x^2)^3}\, dx$$

Abgabe: Donnerstag 27.6.2002 bis 16:00 im Briefkasten gegenüber der Fachschaft.