SS 2002 Prof. Dr. H. Geiges

Funktionentheorie

Übungsblatt 5

Achtung: Änderung der Abgabezeit.

Aufgabe 1. Es seien $p(z)$ und $q(z)$ Polynome ohne gemeinsame Nullstellen. Sei $U = \{z \in \mathbb{C} : q(z) \neq 0\}$. Zeige, daß die rationale Funktion $f(z) = p(z)/q(z)$ nicht injektiv ist auf U, sofern der Grad von p oder q mindestens 2 ist.

Aufgabe 2. Sei G ein Gebiet in $\hat{\mathbb{C}}$ und $f : G \to \hat{\mathbb{C}}$ meromorph mit einem Pol der Ordnung n in z_0. Zeige, daß es dann eine Umgebung $U \subset G$ von z_0 und eine Umgebung V von ∞ gibt, so daß $f|_U$ den Wert ∞ nur in z_0 und jeden Wert in $V - \{\infty\}$ genau n-mal annimmt.

Aufgabe 3. Sei $f(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu$ eine ganze Funktion und es gelte

$$|f(z)| \leq M e^{|z|}$$

für ein $M \in \mathbb{R}^+$ und alle $z \in \mathbb{C}$.

Zeige: Für $n \geq 1$ gilt $|a_n| \leq M(e/n)^n$.

Aufgabe 4. Sei $P(x, y)$ ein reelles Polynom, $P \not\equiv 0$. Sei f eine holomorphe Funktion auf dem Gebiet G und es gelte $P\big(\mathrm{Re}(f(z)), \mathrm{Im}(f(z))\big) = 0$ für alle $z \in G$. Zeige, daß f konstant ist.

Abgabe: Donnerstag 16.5.2002 <u>bis 16:00</u> im Briefkasten gegenüber der Fachschaft