SS 2005

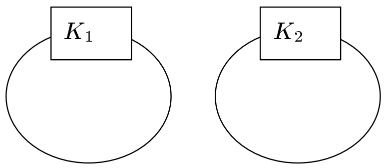
Prof. Hansjörg Geiges
Klaus Niederkrüger

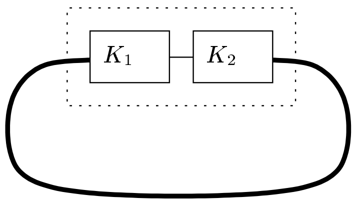
Geometrische Topologie

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Jeder polygonale Knoten ist äquivalent zu einem Knoten, dessen Projektion auf die durch die ersten beiden Koordinatenrichtungen gegebene Ebene $\mathbb{R}^2 \subset \mathbb{R}^3$ zulässig ist.

Aufgabe 2. (a) Seien K_1, K_2 zwei (glatte oder polygonale) Knoten. Zeigen Sie, daß die **verbundenen Summen** $K_1\#K_2$ und $K_2\#K_1$ isotop sind vermöge einer Isotopie, die den im Bild dick gezeichneten Teil des Knotens fest läßt und nur Punkte in der gestrichelten Umgebung bewegt.





$K_1\#K_2$

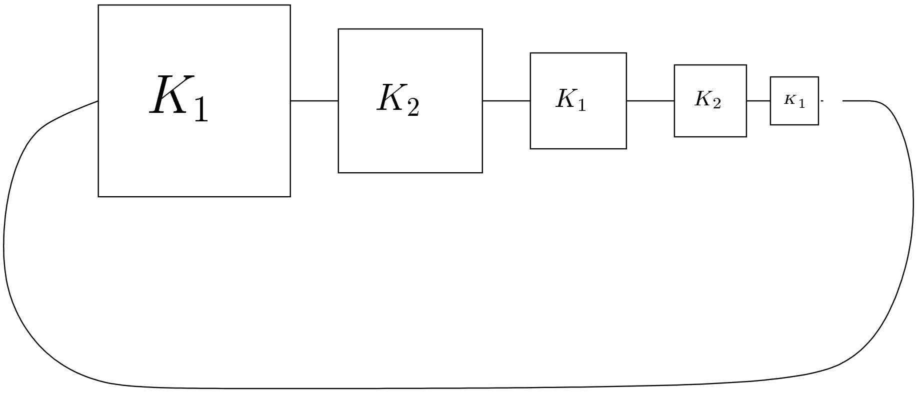
(b) Ein nichtrivialer Knoten heißt **prim**, falls er nicht als verbundene Summe von zwei nichttrivialen Knoten geschrieben werden kann. Nach einem Satz von Schubert (1949) hat jeder nichttrivale Knoten eine bis auf die Reihenfolge eindeutige Darstellung als verbundene Summe von Primknoten.

Zeigen Sie: Der Kleeblatt-Knoten ist prim.

Bemerkung: Die Nichtrivialität des Kleeblatt-Knotens werden wir erst später zeigen können.

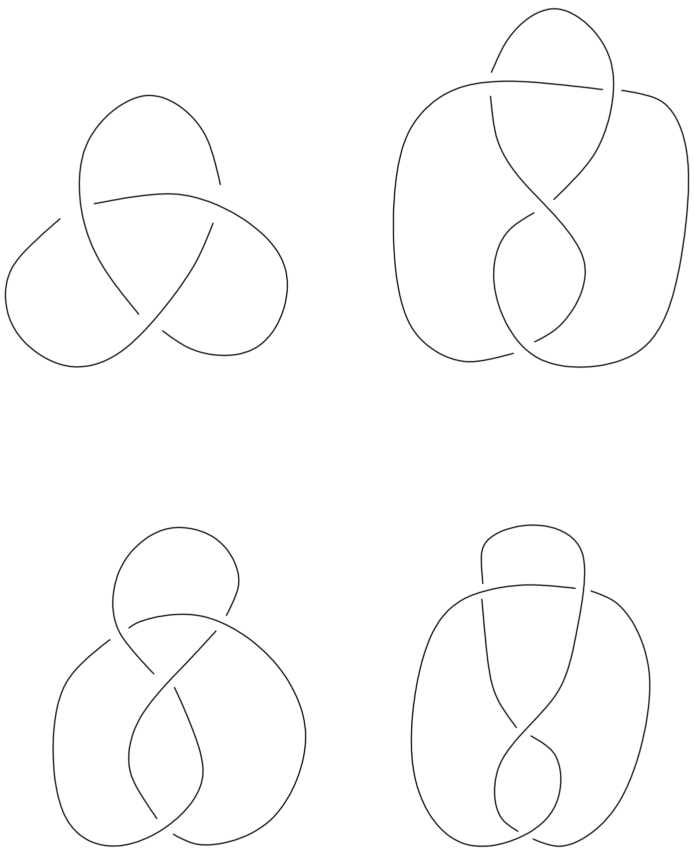
Aufgabe 3. Falls K_1 ein nichttrivialer Knoten ist, dann auch $K_1\#K_2$ für jeden beliebigen Knoten K_2.

Hinweis: Argumentieren Sie durch Widerspruch und mit Aufgabe 2. Falls $K_1\#K_2$ trivial wäre, so wäre der (a priori möglicherweise wilde) Knoten



isotop sowohl zu K_1 als auch zum trivialen Knoten.

Aufgabe 4. Welche der folgenden Knoten sind isotop zueinander?



Abgabe: Mittwoch 20.4.2005 in der Vorlesung