SS 2006 Prof. Hansjörg Geiges

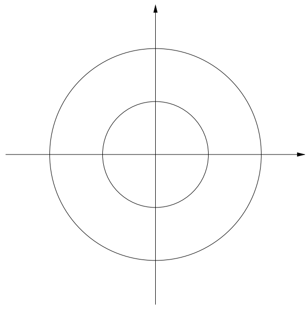
Differentialtopologie II

Übungsblatt 2

Aufgabe 1. Es bezeichne $\mathrm{S}^1 + \mathrm{S}^1$ die differenzierbare Summe zweier Kopien von S^1, d.h. die disjunkte Vereinigung mit der offensichtlichen Mannigfaltigkeitsstruktur. Betrachten Sie die Einbettung

$$\mathrm{S}^1 + \mathrm{S}^1 \longrightarrow \mathbb{C},$$

die auf dem ersten Summanden durch die übliche Inklusion $\mathrm{S}^1 \subset \mathbb{C}$, auf dem zweiten durch $z \longmapsto 2z$ gegeben ist.



Durch

$$\begin{array}{cccccc} F_t\colon & \mathrm{S}^1 & + & \mathrm{S}^1 & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ & e^{2\pi i\varphi} & & & \longmapsto & e^{2\pi i(\varphi+t)} \\ & & & e^{2\pi i\theta} & \longmapsto & 2e^{2\pi i(\theta-t)} \end{array},$$

$t \in [0,1]$, ist eine Isotopie dieser Einbettung definiert. Erweitern Sie F_t explizit zu einer ambienten Isotopie.

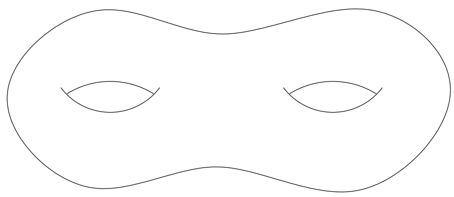
Aufgabe 2. Sind die Einbettungen

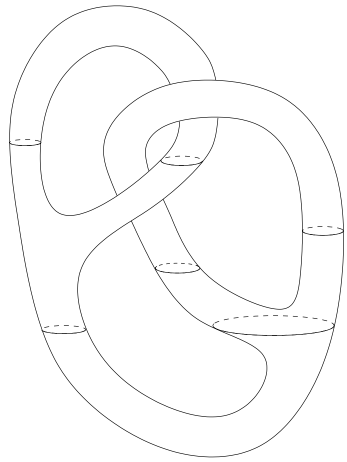
$$\begin{array}{cccc} f\colon & \mathrm{S}^1 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\} \\ & z & \longmapsto & z \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{cccc} g\colon & \mathrm{S}^1 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\} \\ & z & \longmapsto & z+(2,0) \end{array}$$

isotop in $\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$? Man beschreibe eine Isotopie oder zeige, daß eine solche Isotopie nicht existieren kann.

b.w.

Aufgabe 3. Die folgenden Bilder zeigen zwei Einbettungen der orientierten, geschlossenen Fläche vom Geschlecht 2 in den $\mathbb{R}^3$:





Sind diese Einbettungen isotop?

Aufgabe 4. Ist $\Phi\colon M \times \mathbb{R} \longrightarrow M$ ein Fluß auf einer Mannigfaltigkeit M, so ist $\Phi|_{M\times[0,1]}$ eine Diffeotopie von M. Geben Sie ein explizites Beispiel einer Diffeotopie an, die nicht Einschränkung eines Flusses ist.

Abgabe: Mittwoch 19.04.05 in der Vorlesung.