SS 2007 Prof. Hansjörg Geiges

Chirurgie

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.

(a) Sei M eine 1-dimensionale Mannigfaltigkeit und $f\colon \mathrm{S}^1 \longrightarrow M$ eine Homotopieäquivalenz. Dann ist f homotop zu einem Diffeomorphismus.

(b) Sei M eine 2-dimensionale Mannigfaltigkeit und $f\colon T^2 \longrightarrow M$ eine Homotopieäquivalenz. Dann ist f homotop zu einem Diffeomorphismus.

Bemerkung. Die Diffeomorphie-Klassifikation von 1- und 2-dimensionalen Mannigfaltigkeiten darf verwendet werden.

Aufgabe 2. Die Teilmenge $\{(x_0,\ldots,x_n) \in \mathrm{S}^n \subset \mathbb{R}^{n+1} \mid x_{k+1}^2 + \ldots + x_n^2 \leq \frac{1}{2}\}$ ist diffeomorph zu $\mathrm{S}^k \times \mathrm{D}^{n-k}$.

Aufgabe 3. Die verbundene Summe zweier Mannigfaltigkeiten (siehe z.B. Differentialtopologie II, Kapitel 10) liefert, bis auf Diffeomorphie, das gleiche Ergebnis wie eine geeignete Chirurgie entlang S^0.

Aufgabe 4. Sei W die Mannigfaltigkeit mit Rand, die aus D^n durch Anheften eines 1-Henkels entsteht. Falls W orientierbar ist, so ist W diffeomorph zu $\mathrm{S}^1 \times \mathrm{D}^{n-1}$.

Abgabe: Mittwoch 18.04.07 in der Vorlesung.