WS 2003/2004 Prof. Hansjörg Geiges

Analysis III

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Seien M ein metrischer Raum und $f, g : M \to \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ von unten halbstetige Funktion. Zeigen Sie:

(a) $\sup(f, g)$, $\inf(f, g)$, $f + g$ sind von unten halbstetig.

(b) Falls $f, g \geq 0$, so ist auch $f \cdot g$ von unten halbstetig.

(c) Welche Halbstetigkeitseigenschaften hat $1/f$ an den Stellen wo $f = 0$, wenn man den Wert von $1/f$ an diesen Stellen geeignet definiert.

Aufgabe 2. Eine Funktion $f : M \to \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ ist von unten halbstetig in $x \in M$ (mit M ein metrischer Raum) genau dann, wenn für jede Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset M$ mit $\lim\limits_{n \to \infty} x_n = x$ gilt $\liminf\limits_{n \to \infty} f(x_n) \geq f(x)$.

Aufgabe 3. Eine von unten halbstetige Funktion auf einem kompakten metrischen Raum nimmt ihr Infinum an, d.h. sie besitzt ein Mininum (Hinweis: Aufgabe 2).

Bitte tragen Sie sich über die Internetseite

`http://www.mi.uni-koeln.de/~geiges/vorlesungWS03-04.html`

zu den Übungen ein. Die Übungen finden montags statt. Die Übungsaufgaben gehen wie folgt in die Klausurwertung ein: 100% der Übungsaufgaben zählen wie 20% der zum Bestehen der Klausur erforderlichen Punktzahl. Die Scheinklausur findet am Samstag, den 7. Februar 2004 von 9:00 bis 12:00 Uhr im Kurt-Alder-Hörsaal der Chemie statt.

Abgabe: Donnerstag 16.10.2003 bis 16:00 im Briefkasten gegenüber der Fachschaft