WS 2003/2004 Prof. Hansjörg Geiges

Differentialtopologie

Übungsblatt 6

Aufgabe 1. (a) Sei Φ ein lokaler Fluß auf $M = \mathbb{R}$, der auf der Menge

$$A = \{(x,t) \in M \times \mathbb{R} : |tx| \leq 1\}$$

erklärt ist. Dann erweitert Φ zu einem globalen Fluß.

(b) Geben Sie ein Beispiel eines auf dem Inneren von A erklärten Flusses, der nicht zu einem globalen Fluß erweitert.

Aufgabe 2. (a) Beschreiben Sie explizit einen Fluß auf der projektiven Ebene $\mathbb{RP}^2$, der genau einen Fixpunkt und sonst nur geschlossene (nicht-triviale) Bahnen hat.

(b) Geben Sie explizit einen globalen fixpunktfreien Fluß auf S^{2n-1} an.

(c) Existiert ein Fluß wie in (b) auf S^2?

Aufgabe 3. Sei M eine m-dimensionale nicht-kompakte, zusammenhängende Mannigfaltigkeit.

(a) Es gibt eine Folge $(V_i)_{i\in\mathbb{N}} \subset M$ von offenen Teilmengen derart, daß gilt:

- Jedes V_i ist diffeomorph zu $C(1) \subset \mathbb{R}^m$,
- $V_i \cap V_{i+1} \neq \emptyset$,
- $V_i \cap V_k = \emptyset$ für $k \notin \{i-1, i, i+1\}$,
- $\{V_i : i \in \mathbb{N}\}$ ist lokal endlich (d.h. jeder Punkt in M hat eine Umgebung, die nur endlich viele der V_i schneidet).

(b) Es existiert eine Einbettung $f : \mathbb{R} \to M$ mit $f(\mathbb{R})$ abgeschlossen in M.

(c) Auf M existiert ein Vektorfeld, dessen Fluß nicht global ist.

Aufgabe 4. (a) Das Möbiusband ist ein nicht-triviales Bündel über $S^1 \cong \mathbb{R}P^1$.

(b) Jedes 1-dimensionale Vektorbündel über S^1 ist isomorph zum trivialen Bündel oder zum Möbiusband.

Abgabe am 25.11. in der Vorlesung.