WS 2005/2006 Prof. Hansjörg Geiges

Differentialtopologie I

Übungsblatt 13

Aufgabe 1.

(a) Geben Sie ein Beispiel einer kompakten Mannigfaltigkeit M und einer injektiven Immersion $\mathbb{R} \longrightarrow M$, deren Bild nicht Flußlinie eines dynamischen Systems auf M sein kann.

(b) Jede zu S^1 diffeomorphe Untermannigfaltigkeit von M ist Flußlinie eines geeigneten dynamischen Systems.

Aufgabe 2.

(a) Beschreiben Sie explizit einen Fluß auf S^2 mit genau zwei Fixpunkten und genau einer geschlossenen (d.h. periodischen) Flußlinie.

(b) Beschreiben Sie einen Fluß auf $\mathbb{RP}^2$ mit genau einem Fixpunkt und sonst nur geschlossenen Flußlinien.

Aufgabe 3. Für jedes $\lambda \in [0,1]$ sei ein Fluß

$$\Phi^{(\lambda)} \colon \mathrm{S}^1 \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathrm{S}^1$$

gegeben, so daß die Abbildung

$$\begin{array}{ccccccc} [0,1] & \times & \mathrm{S}^1 & \times & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathrm{S}^1 \\ (\lambda & , & \theta & , & t) & \longmapsto & \Phi^{(\lambda)}(\theta,t) \end{array}$$

differenzierbar ist und $\Phi^{(1)}$ der rückwärts durchlaufende Fluß $\Phi^{(0)}$ ist, d.h. $\Phi^{(1)}(\theta,t) = \Phi^{(0)}(\theta,-t)$. Dann ist jedes $\theta \in \mathrm{S}^1$ für ein geeignetes $\lambda \in [0,1]$ Fixpunkt von $\Phi^{(\lambda)}$.

Aufgabe 4.

(a) Jedes Vektorfeld auf einer Mannigfaltigkeit, das außerhalb einer kompakten Teilmenge verschwindet, erzeugt einen globalen Fluß.

(b) Geben Sie ein Beispiel eines Vektorfeldes auf $\mathbb{R}$ an, das keinen globalen Fluß erzeugt.

Abgabe: Mittwoch 01.02.05 in der Vorlesung.